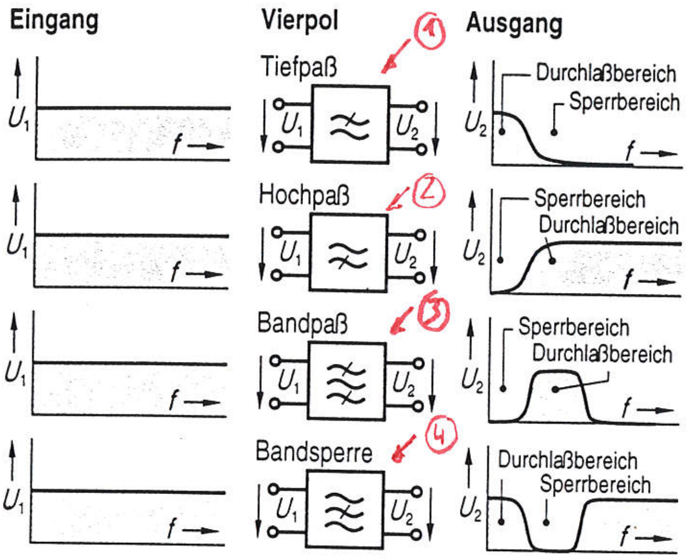
Siebschaltungen I



- **Siebschaltungen sperren bestimmte Frequenzbereiche und lassen andere Frequenzbereiche passieren**

Pässe und Sperren

Enthält eine Schaltung Spulen und/oder Kondensatoren, so hat die Schaltung ein von der Frequenz abhängiges Verhalten. Von besonderem Interesse ist dabei das Durchgangs- bzw. Übertragungsverhalten von Vierpolen. Hinsichtlich ihres Durchgangsverhalten können Vierpole in 4 Gruppen unterteilt werden:

1. Tiefpässe lassen Spannungen mit tiefen Frequenzen ungehindert passieren, Spannungen mit hohen Frequenzen gelangen hingegen nicht zum Ausgang.
2. Hochpässe lassen hohe Frequenzen passieren, alle tiefen Frequenzen werden gesperrt.
3. Bandpässe lassen nur Spannungen eines bestimmten Frequenzbereichs zum Ausgang.
4. Bandsperren sperren einen bestimmten Frequenzbereich und lassen den Rest passieren.

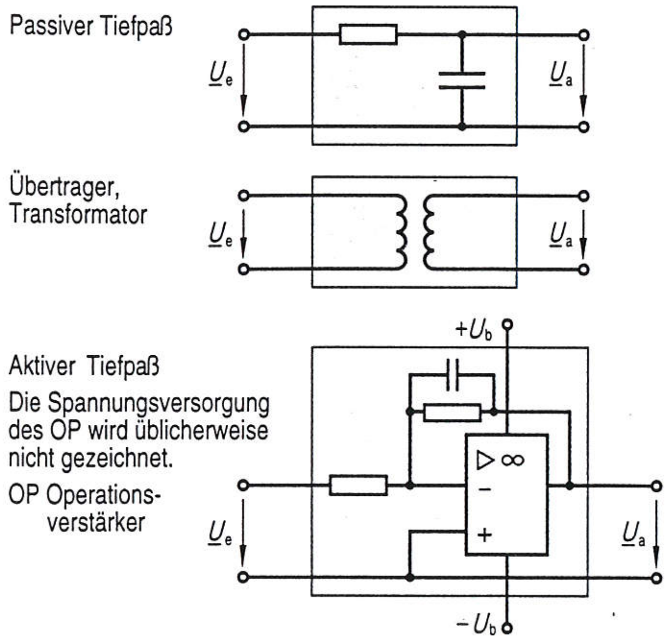
Pässe und Sperren werden allgemein auch als Siebschaltungen oder Filter bezeichnet.

BEISPIELE: (1) SIEHE SEITE OP38 (4) SIEHE SEITE OP45
(2) SIEHE SEITE OP39 ff.
(3) " " OP42

Vierpole

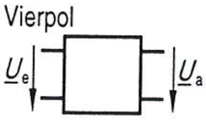
Schaltungen der Analogtechnik können meist als Vierpole aufgefaßt werden. Unter einem Vierpol versteht man dabei jede Schaltung mit vier Anschlußklemmen, wobei zwei Klemmen den Eingang und zwei Klemmen den Ausgang bilden. Technisch wichtige Vierpole sind z.B. Verstärker, Filter, Gleichrichter, Übertrager, Dämpfungsglieder und Entzerrer.
Vierpole werden insbesondere nach ihrer Leistungsbilanz in passive und aktive Vierpole eingeteilt. Passive Vierpole enthalten nur passive Bauelemente wie Widerstände, Induktivitäten und Kapazitäten; die Energie stammt ausschließlich aus dem Eingangssignal. Aktive Vierpole entnehmen die Energie einer separaten Stromquelle, so daß die Energie des Ausgangssignals die Energie des Eingangssignals übersteigen kann (z.B. Verstärkerschaltungen, aktive Filter).
Vierpole können auch nach ihrer Linearität (linear, nichtlinear), ihrer Umkehrbarkeit (umkehrbar, nichtumkehrbar) und ihrer Symmetrie unterschieden werden.

Beispiele für Vierpole



Aufteilung des Frequenzganges

Vierpol



Frequenzgang: $\underline{F}(\omega) = \dfrac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e}$

Amplitudengang: $|F(\omega)| = \dfrac{U_a}{U_e}$

Phasengang: $\varphi(\omega) = \measuredangle\, \underline{U}_a, \underline{U}_e = \arctan \dfrac{\mathrm{Im}(\underline{F})}{\mathrm{Re}(\underline{F})}$

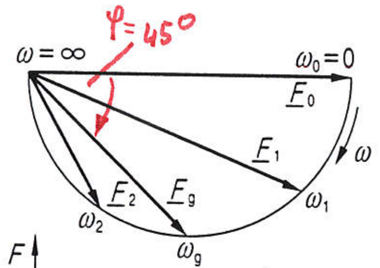
Bei Grenzfrequenz f_g bzw. ω_g gilt:

$$|F(\omega_g)| = \frac{U_a}{U_e} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0{,}707 = 70{,}7\,\%$$

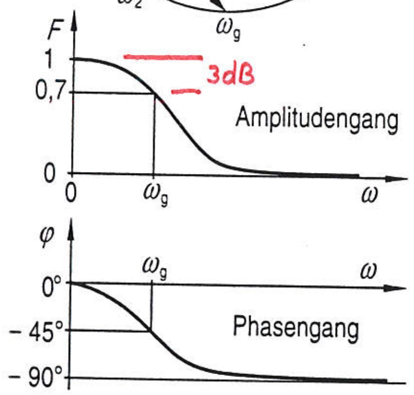
- **Der Frequenzgang ist eine komplexe Größe, er enthält den Amplitudengang und den Phasengang**

Beispiel: Tiefpaß

Darstellung als komplexe Ortskurve (Nyquist-Diagramm)



Darstellung in zwei Frequenzkennlinien (Bode-Diagramm)



- **Der Frequenzgang eines Vierpols kann in der komplexen Zahlenebene (Nyquist-Diagramm) oder durch Amplituden- und Phasengang (Bode-Diagramm) dargestellt werden**

Frequenzgang

Ein Maß für das frequenzabhängige Verhalten eines Vierpols ist das Verhältnis der komplexen Ausgangsspannung $\underline{U}_a$ zur komplexen Eingangsspannung $\underline{U}_e$. Das Verhältnis wird als Frequenzgang bzw. Übertragungsfunktion $\underline{F}(\omega)$ bezeichnet. $\underline{F}(\omega)$ ist eine komplexe Größe; sie enthält den Betrag des Spannungsverhältnisses (Amplitudengang) sowie den Phasenwinkel zwischen Ein- und Ausgangsspannung (Phasengang). Für den Frequenzgang ist die sogenannte Grenzfrequenz f_g bzw. ω_g von besonderer Bedeutung. Man versteht darunter die Frequenz bzw. die Kreisfrequenz, bei der die Ausgangsspannung auf den $\sqrt{2}$ ten Teil der Eingangsspannung abgefallen ist. 3dB

Grafische Darstellung

Der Frequenzgang eines Vierpols ist durch die komplexe Funktion $\underline{F}(\omega) = \underline{U}_a / \underline{U}_e$ vollständig beschrieben. Anschaulicher als die Funktion selbst ist jedoch ihre grafische Darstellung. Dafür gibt es 2 Möglichkeiten:

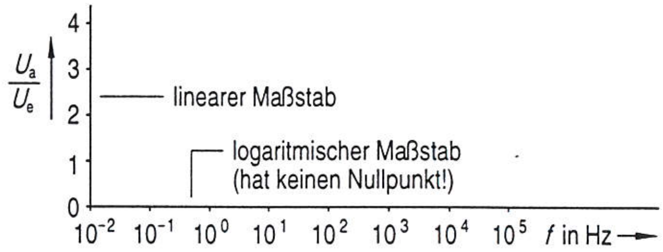
1. Der Frequenzgang kann als Ortskurve in der komplexen Zahlenebene dargestellt werden. Amplituden- und Phasengang sind in einem einzigen Diagramm enthalten (siehe Kap. 5.14).
2. Der komplexe Frequenzgang $\underline{F}(\omega)$ kann aber auch in Amplitudengang $F(\omega)$ und Phasengang $\varphi(\omega)$ aufgespalten werden. Zur Darstellung des komplexen Frequenzganges sind dann 2 Frequenzkennlinien nötig; die Achsen können dabei eine lineare oder eine logarithmische Skale besitzen.

Die Darstellung des Frequenzgangs als Ortskurve wird nach dem amerikanischen Elektrotechniker H. Nyquist Nyquist-Diagramm genannt, die Darstellung in zwei Frequenzkennlinien heißt nach dem amerikanischen Elektrotechniker H. W. Bode auch Bode-Diagramm.

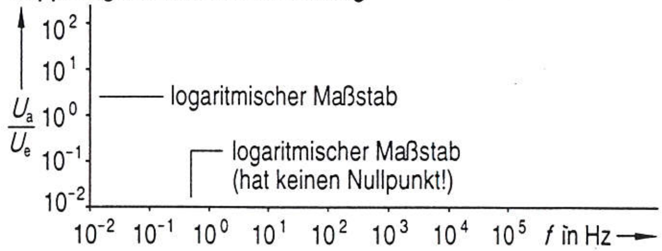
Skalenteilung

Die Achsen von Diagramm werden häufig mit linearen Skalen versehen, d. h. daß zwischen allen aufeinander folgenden Werte jeweils der gleiche Abstand ist. Auf einer Frequenzskale ist z. B. zwischen 1 Hz und 2 Hz der gleiche Abstand wie z. B. zwischen 4768 Hz und 4769 Hz. Der Nachteil dieser Einteilung besteht darin, daß bei Skalen, die über mehrere Zehnerpotenzen reichen, die kleinen Werte nicht mehr ablesbar sind. Dieser Nachteil kann durch logarithmische Skalen umgangen werden. Bei dieser Teilung steht jeder Zehnerpotenz (Dekade) der gleiche Platz zur Verfügung. Zur Darstellung der Frequenzkennlinien von Filtern wird für die Frequenzachse meist ein logarithmischer Maßstab eingesetzt, weil er die übersichtliche Darstellung beliebig vieler Dekaden gestattet. Der Amplitudengang kann linear oder ebenfalls logarithmisch dargestellt werden. Der Phasengang wird immer linear dargestellt.

Einfachlogarithmische Darstellung



Doppellogarithmische Darstellung



Dämpfung und Verstärkung

Der Amplitudengang eines Vierpols wird üblicherweise in einem logarithmischen Maß, dem Dezibel (dB), gemessen. Da die Ausgangsspannung beim passiven Vierpol stets kleiner als die Eingangsspannung ist, also gedämpft wird, hat sich in der Praxis statt Amplitudengang der Begriff Dämpfung durchgesetzt. Das Verhältnis U_a / U_e wird dabei als Dämpfungsfaktor D, das logarithmische Maß $20 \cdot \lg(U_a / U_e)$ als Dämpfungsmaß a bezeichnet (a attenuation Dämpfung).
Bei einem aktiven Vierpol kann die Ausgangsspannung größer als die Eingangsspannung sein; der Amplitudengang stellt dann eine negative Dämpfung bzw. eine Verstärkung dar.

AMPLITUDENGANG =

Dämpfungsfaktor

$$D = |F(\omega)| = \frac{U_a}{U_e}$$

$[D] = 1$

Dämpfungsmaß

$$a = |F(\omega)|_{dB} = 20 \cdot \lg \frac{U_a}{U_e}$$

$[a]$ = dB (Dezibel)

Dämpfung und Verstärkung, Zahlenbeispiele

	Dämpfung					Verstärkung			
$D = \frac{U_a}{U_e}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{\sqrt{2}}{1}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{10}{1}$	$\frac{100}{1}$
$a = 20 \lg \frac{U_a}{U_e}$	-40	-20	-6	-3	0	+3	+6	+20	+40

VIERPOL — PASSIVER: $U_a < U_e$ — AKTIVER: $U_a > U_e$

— PASSIVER VIERPOL — $U_a < U_e$

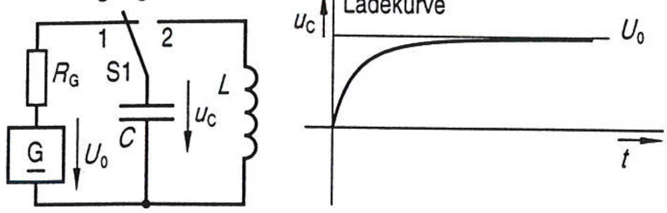
AMPLITUDENGANG GLEICH DÄMPFUNG

— AKTIVER VIERPOL — $U_a > U_e$

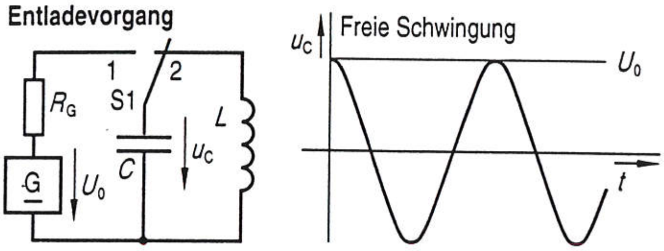
AMPLITUDENGANG GLEICH "NEGATIVE" DÄMPFUNG = VERSTÄRKUNG

Schwingkreis I

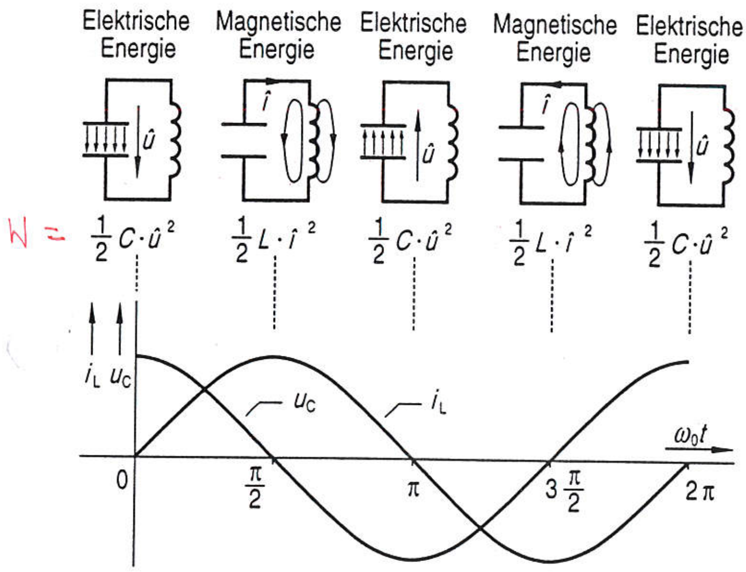
Ladevorgang



Entladevorgang



- **Ein Stromkreis, der eine Kapazität und eine Induktivität enthält, stellt einen elektrischen Schwingkreis dar**



- **Die Energie eines Schwingkreises wird abwechselnd im elektrischen und im magnetischen Feld gespeichert**

Freie Schwingung

In nebenstehender Schaltung wird ein Kondensator über den Schalter S1 auf die Spannung U_0 einer Gleichspannungsquelle aufgeladen. Wird der Schalter S1 in Stellung 2 gebracht, so wird der Kondensator über die Spule entladen. Allerdings sinkt die Kondensatorspannung nicht stetig auf Null ab, wie es bei Entladung über einen Widerstand zu erwarten wäre. Mit einem angeschlossenen Oszilloskop kann vielmehr nachgewiesen werden, daß die Spannung sinusförmig abfällt, wieder ansteigt, wieder abfällt usw.. Beim Entladen eines Kondensators über eine Spule entsteht somit eine Schwingung; eine Schaltung aus Kapazität und Induktivität wird daher Schwingkreis genannt.

Die Frequenz der entstehenden Schwingung hängt allein von der Kapazität *C* und der Induktivität *L* ab, äußere Einflüsse spielen keine Rolle. Die entstehende Schwingung heißt deshalb freie Schwingung.

Energieaustausch

Das Entstehen einer Schwingung in einem Schwingkreis beruht auf dem ständigen Austausch von Energie zwischen Kondensator und Spule.

Nach dem Aufladen des Kondensators enthält sein elektrisches Feld die elektrische Energie $W_{el.} = ½ \cdot C \cdot \hat{u}^2$, der Strom ist Null. Schließt S1 den Stromkreis zur Spule, entlädt sich der Kondensator. Die Spannung sinkt dabei sinusförmig ab, der Strom steigt sinusförmig an. Ist die Spannung auf Null gesunken, dann hat der Strom sein Maximum erreicht. Die gesamte Energie ist dann im magnetischen Feld enthalten: $W_{magn.} = ½ \cdot L \cdot \hat{\imath}^2$. Nach Erreichen des Maximums wird das Magnetfeld wieder abgebaut, der Strom wird kleiner, der Kondensator negativ aufgeladen usw..

Wird die Energie verlustfrei transportiert, so stellt sich eine ungedämpfte Eigenschwingung ein. Im Normalfall enthält aber jeder Schwingkreis Verlustwiderstände; in diesem Fall stellt sich eine abklingende oder gedämpfte Eigenschwingung ein.

$$X_L = X_C$$

RESONANZ

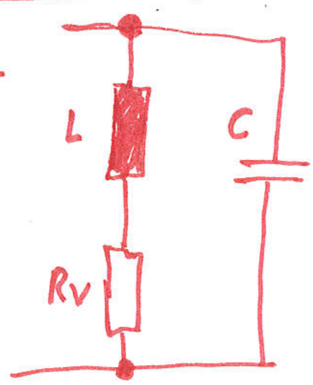
(1) $$\omega_0 \cdot L = \frac{1}{\omega_0 \cdot C}$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{L \cdot C}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \qquad \Longrightarrow \text{(1)}$$

$$f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

GEDÄMPFTE SCHWINGUNG



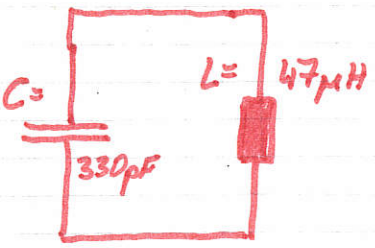
$\Longrightarrow$ (2)

R_V = VERLUSTE DER SPULE

UMMAGNETISIERUNG DES EISENKERNS

⋮

BEISPIEL 1:



WELCHE FREQUENZ TRITT BEI RESONANZ AUF ?

$$f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \sqrt{L \cdot C}}$$

$$f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{47 \cdot 10^{-6} H \cdot 330 \cdot 10^{-12} F}}$$

$$f_0 = \frac{10^9}{2 \cdot \pi \sqrt{47 \cdot 330}}$$

BEI $f_0 = 1{,}28\,MHz$ IST $X_L = X_C$!

BEISPIEL 2:

DURCH WELCHEN MÖGLICHEN KAPAZITÄTS- UND INDUKTIVITÄTSWERT KANN EINE RESONANZFREQUENZ VON 6,785 MHz HERVORGERUFEN WERDEN?

$$f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \sqrt{L \cdot C}}$$

$$L \cdot C = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot f_0^2} = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot (6{,}785 \cdot 10^6 \text{Hz})^2} = \frac{10^{-12} s^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot 6{,}785^2}$$

$$L \cdot C = 550{,}23 \cdot 10^{-18} s^2$$

EINE MÖGLICHE AUFTEILUNG ERGIBT

$$L \cdot C = 27 \cdot 10^{-12} \frac{A}{V} \cdot 20{,}3787 \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{A}$$

$$L \cdot C = 27\,\text{pF} \cdot 20{,}3787\,\mu\text{H}$$

DIE RESONANZFREQUENZ VON 6,785 MHz KANN Z.B. DURCH $L = 20{,}3787\,\mu H$ UND $C = 27\,pF$ BEWIRKT WERDEN.

RESONANZFREQUENZ

Kenngrößen

Die ungedämpfte Eigenschwingung eines Schwingkreises ist durch die Kurvenform von Strom- und Spannung, die Amplitude des Stromes sowie durch die Frequenz der Schwingung gekennzeichnet.

1. Die ungedämpfte Eigenschwingung eines Schwingkreises ist immer sinusförmig; Strom und Spannung sind dabei um 90° phasenverschoben.
2. Die Frequenz der Eigenschwingung ist von L und C abhängig. Es gilt: $\omega_0 = 1/\sqrt{L \cdot C}$ (Eigenfrequenz).
3. Die Stromamplitude hängt von der Ladespannung des Kondensators und vom sogenannten Kennwiderstand des Schwingkreises ab. Für den Kennwiderstand gilt: $Z = \sqrt{L/C}$.

Augenblickswerte $\quad i = \hat{i} \cdot \sin \omega_0 t \quad u = \hat{u} \cdot \sin\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right)$

mit $\hat{u} = U_0 =$ Ladespannung von C

① → **Thomsonsche Schwingungsformel (Frequenz der Eigenschwingung)** $\quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$

Kennwiderstand des Schwingkreises $\quad Z = \sqrt{\frac{L}{C}}$

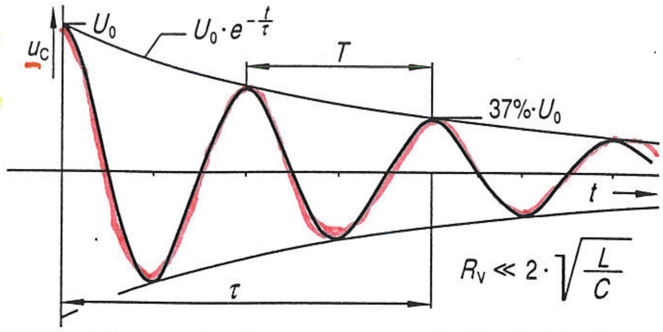
Maximalstrom $\quad \hat{i} = \frac{U_0}{Z} = U_0 \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}$

BEISPIEL 1 UND 2

② → Schwach gedämpfte Schwingung

Treten beim Energietransport zwischen Kondensator und Spule Verluste auf, z. B. durch Leitungswiderstände oder durch Ummagnetisierung eines Eisenkerns, so klingt die Schwingung nach einiger Zeit ab. Die Verluste des Kreises werden durch einen in Reihe zur Spule geschalteten Verlustwiderstand R_V nachgebildet. Für eine schwach gedämpfte Schwingung gilt:

1. Die Amplitude der Schwingung klingt exponentiell mit der Zeitkonstante τ ab, diese Zeitkonstante ist von den Daten des Schwingkreises abhängig.
2. Die Eigenfrequenz ist kleiner als die Eigenfrequenz eines ungedämpften Schwingkreises.

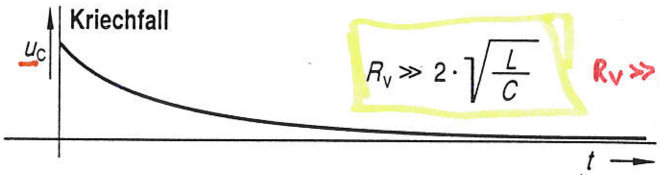


Abkling-Zeitkonst.	Eigenfrequenz	Gedämpfte Schwingung
$\tau = \frac{2L}{R_V}$	$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{1}{\tau}\right)^2}$	$u = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \cos \omega t$

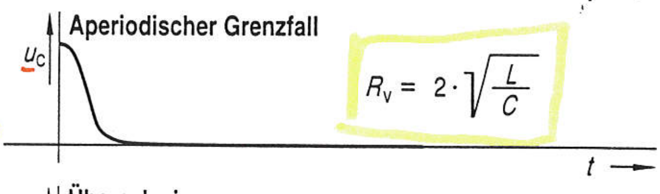
Stark gedämpfte Schwingung

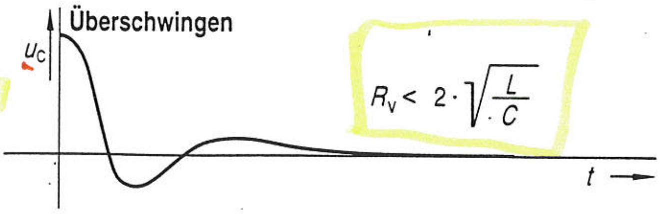
Ist der Dämpfungswiderstand sehr klein, so ist die Schwingung schwach gedämpft und periodisch. Ist der Dämpfungswiderstand hingegen sehr groß, so ist die Schwingung aperiodisch. Man unterscheidet 3 Fälle:

1. Ist der Verlustwiderstand wesentlich größer als der Kennwiderstand des Schwingkreises, so entlädt sich der Kondensator nach einer e-Funktion; es ist eine „kriechende" Entladung.
2. Ist der Verlustwiderstand genau gleich $R_V = 2 \cdot \sqrt{L/C}$, so kommt gerade noch keine Schwingung zustande. Dieser Fall liegt somit zwischen Schwingen und Kriechen und heißt aperiodischer Grenzfall.
3. Ist der Verlustwiderstand etwas kleiner als der zweifache Kennwiderstand des Kreises, so kommt es zum ein- oder mehrmaligen Überschwingen.



$R_V \gg 2 \cdot Z$





$$\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}}$$

← THOMSONSCHE SCHWINGUNGSFORMEL

$$f_0 \cdot 2 \cdot \pi = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$$

$$\boxed{f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \sqrt{L \cdot C}}}$$

GILT FÜR SCHWACH GEDÄMPFTE REIHEN- UND PARALLELSCHWING-KREISE

Schwingungsgleichung

Die freie Schwingung in einem Schwingkreis hängt von den Bauteilen R_V, L und C ab, sowie vom anfänglichen Energiezustand. Liegt eine äußere Spannung u_a am Schwingkreis an, so wird eine Schwingung erzwungen. Die mathematische Herleitung führt jeweils zu einer linearen Differentialgleichung 2. Ordnung; ihre Lösung erfordert aber Kenntnisse in höherer Mathematik.

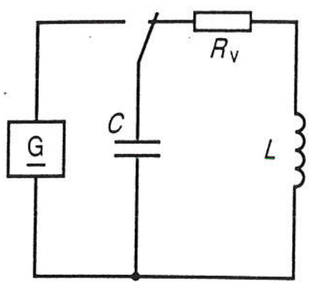
Lineare Differentialgleichung 2. Ordnung

für eine freie Schwingung $$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R_V}{L}\cdot\frac{di}{dt} + \frac{1}{L\cdot C}\cdot i = 0$$

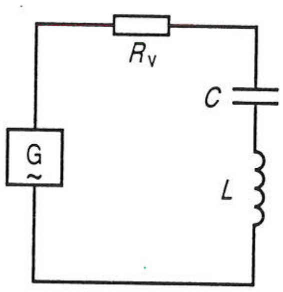
eine erzwungene Schwingung $$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R_V}{L}\cdot\frac{di}{dt} + \frac{1}{L\cdot C}\cdot i = \frac{1}{L}\cdot\frac{du_a}{dt}$$

Schwingkreis II

Eigenschwingung



Fremderregter Schwingkreis



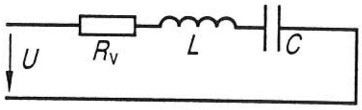
- **Fremderregte Schwingkreise schwingen nicht mit ihrer Eigenfrequenz, sondern mit der Frequenz der Erregung**

Aus $X_L = X_C$ *
folgt
$$\omega_0\cdot L = \frac{1}{\omega_0\cdot C}$$
und $$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L\cdot C}}$$

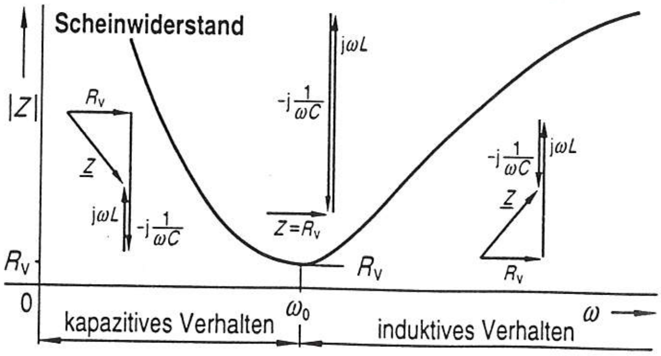
Thomsonsche Schwingungsformel $$\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L\cdot C}}}$$

$$[\omega_0] = \frac{1}{\sqrt{\Omega s\cdot\frac{s}{\Omega}}} = \frac{1}{s}$$

- **Im Schwingkreis tritt Resonanz auf, wenn die Erregerfrequenz gleich der Eigenfrequenz des Schwingkreises ist**



Komplexe Impedanz
$$\boxed{\underline{Z} = R_V + j\omega L - \frac{j}{\omega C}}$$



Fremderregte Schwingkreise

Ungedämpfte bzw. schwach gedämpfte Schwingkreise, die keine äußere Energiezufuhr haben, schwingen mit ihrer Eigenfrequenz (freie Schwingung). Wird der Kreis jedoch von außen erregt, d. h. wird ihm von einer äußeren Quelle periodisch Energie zugeführt, so schwingt er mit der Frequenz der Erregung. Eine derartige Schwingung heißt erzwungene Schwingung. Ein besonderer Zustand tritt ein, wenn die Erregerfrequenz gleich der Eigenfrequenz des Schwingkreises ist. Dieser Zustand heißt Resonanz (lat. resonare mitschwingen). Bei Resonanz können je nach Schaltung besonders hohe Spannungen bzw. Ströme auftreten.

Resonanz

Beim Betrieb von Schwingkreisen ist die Resonanz der wichtigste Fall; technisch genutzte Schwingkreise werden daher auch Resonanzkreise genannt. Die * Resonanzfrequenz ist erreicht, wenn induktiver und kapazitiver Widerstand gleich groß sind. Diese Bedingung führt zu der nach dem englischen Physiker William Thomson, dem späteren Lord Kelvin (1824-1907), benannten Thomsonschen Schwingungsformel.

Reihenschwingkreis

Sind L und C in Reihe geschaltet, so spricht man von einem Reihenschwingkreis. Die Verluste (Dämpfung) werden dabei sinnvollerweise durch einen in Reihe geschalteten ohmschen Widerstand R_V symbolisiert. Die Impedanz Z des Kreises ist frequenzabhängig. Bei kleinen Frequenzen wird der Strom durch den jetzt großen kapazitiven Widerstand begrenzt; die Schaltung ist insgesamt kapazitiv. Bei Resonanzfrequenz ist der kapazitive gleich dem induktiven Blindwiderstand, ihre Summe ist Null. Im Resonanzfall wird der Strom also nur durch den Verlustwiderstand begrenzt. Bei höheren Frequenzen wirkt zunehmend der induktive Widerstand; die Schaltung ist insgesamt induktiv. Reihenschwingkreise heißen auch Saugkreise.

IM RESONANZFALL
REIN OHMSCHES VERHALTEN

BEISPIEL ZUR SPANNUNGSÜBERHÖHUNG:

EIN SERIENRESONANZKREIS WEIST EINE RESONANZFREQUENZ VON 500KHZ AUF. WEITERHIN SIND FOLGENDE WERTE BEKANNT:

$C = 1nF$; $R_S = 0{,}1\Omega$ UND $U = 0{,}2V$

WELCHE SPANNUNGEN ERGEBEN SICH DURCH DIE RESONANZÜBERHÖHUNG AN L UND C?

$$I = \frac{U}{R} = \frac{0{,}2V}{0{,}1\Omega} = 2A$$

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 0{,}5 \cdot 10^6 Hz \cdot 1 \cdot 10^{-9} F} = \frac{10^3}{2 \cdot \pi \cdot 0{,}5 \cdot 1} \Omega$$

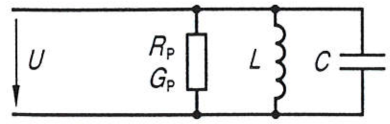
$$X_C = 318{,}31\Omega$$

BEI RESONANZ GILT $X_C = X_L$ ALSO AUCH $U_C = U_L$

$$U_C = I \cdot X_C = 2A \cdot 318{,}31\Omega$$

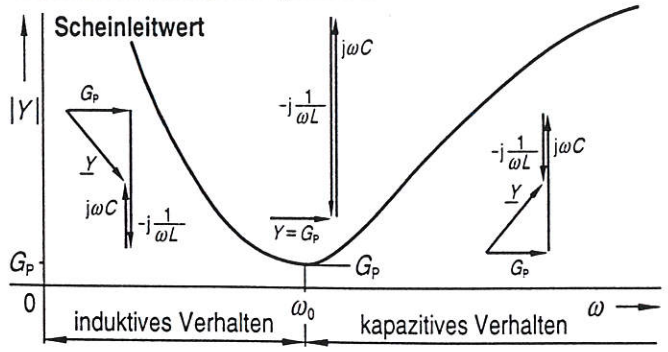
$$\underline{\underline{U_C = 636{,}62V}}$$

DIE AN L UND C ~~LIEGENDEN~~ AUFTRETENDEN BLINDSPANNUNGEN LIEGEN ALSO ÜBER 600V, OBWOHL AM RESONANZKREIS NUR 0,2V ANLIEGEN.



Komplexer Leitwert

$$\underline{Y} = G_P - \mathrm{j}\frac{1}{\omega L} + \mathrm{j}\omega C$$

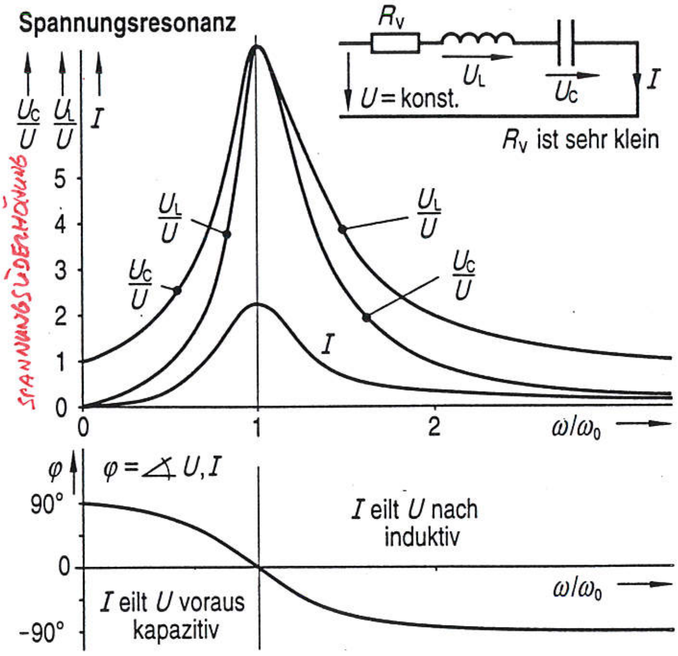


Parallelschwingkreis

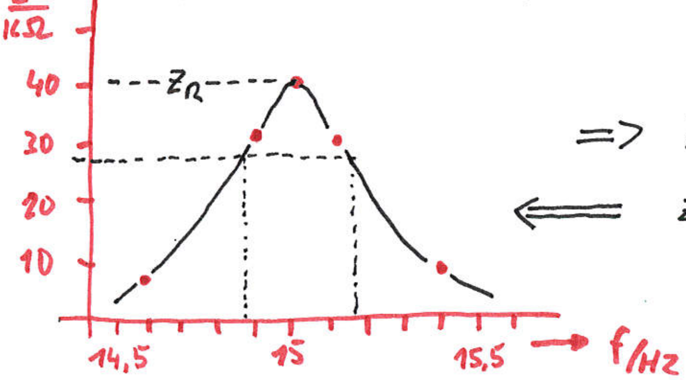
Sind L und C parallel geschaltet, so spricht man von einem Parallelschwingkreis. Die Verluste (Dämpfung) werden dabei sinnvollerweise durch einen parallel geschalteten ohmschen Leitwert G_p symbolisiert.
Der Leitwert Y des Kreises ist frequenzabhängig. Bei kleinen Frequenzen kann der Strom durch den jetzt großen induktiven Leitwert fließen; die Schaltung ist insgesamt induktiv. Bei Resonanzfrequenz ist der kapazitive gleich dem induktiven Blindleitwert, ihre Summe ist Null, die Impedanz unendlich groß. Bei Resonanz fließt der Strom nur nur über den Verlustleitwert. Bei höheren Frequenzen wirkt zunehmend der kapazitive Leitwert; die Schaltung ist dager insgesamt kapazitiv. Parallelschwingkreise heißen auch Sperrkreise.

Spannungsüberhöhung beim Reihenschwingkreis

Der Reihenschwingkreis stellt einen frequenzabhängigen Zweipol dar. Bei Frequenzen unterhalb der Resonanzfrequenz wirkt er kapazitiv, bei Frequenzen oberhalb der Resonanzfrequenz induktiv. Bei Resonanz wirkt er wie ein rein ohmscher Widerstand.
Die Besonderheiten des Reihenschwingkreises zeigen sich bei Einspeisung mit konstanter Spannung. Bei sehr kleinen und bei sehr großen Frequenzen ist die Impedanz groß, der Strom entsprechend klein. Nahe der Resonanzfrequenz und insbesondere bei Resonanz wird die Impedanz sehr klein, der Strom entsprechend groß. Durch den großen Strom treten an Kapazität und Induktivität sehr große Spannungsfälle auf. Sie können je nach Größe des Verlustwiderstandes ein Vielfaches der eingespeisten Spannung betragen (Spannungsresonanz). Das im Resonanzfall auftretende Verhältnis von Kondensatorspannung bzw. Spulenspannung zu eingespeister Spannung heißt Spannungsüberhöhung.



PARALLELSCHWINGKREIS



RESONANZBEDING.: $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0{,}707 \hat{=} -3dB$

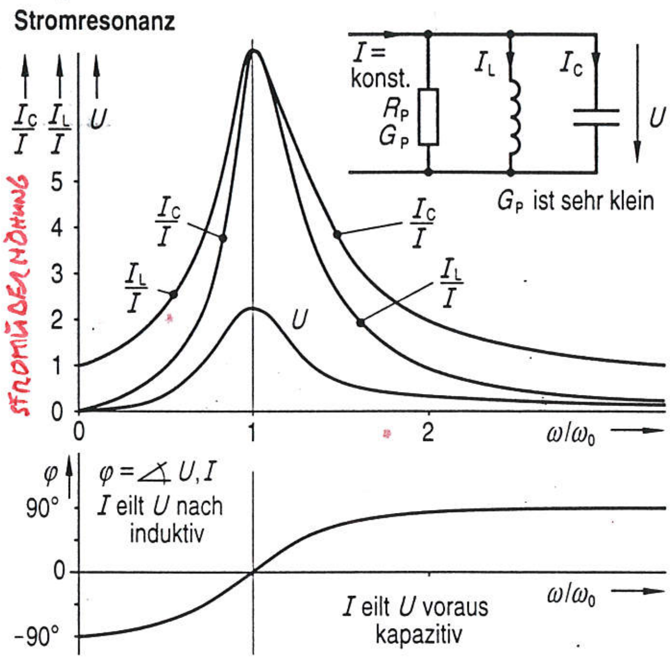
$\Rightarrow Z_R = 40k\Omega$

$\Leftarrow \quad Z_B = Z_r \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 40k\Omega \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 28{,}3k\Omega$

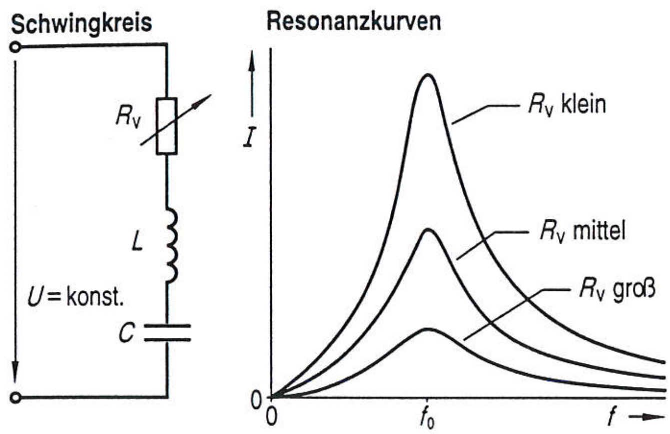
$\Rightarrow \quad \underline{\Delta f} = (15{,}2 - 14{,}9)kHz = \underline{0{,}3kHz}$

Stromüberhöhung im Parallelschwingkreis

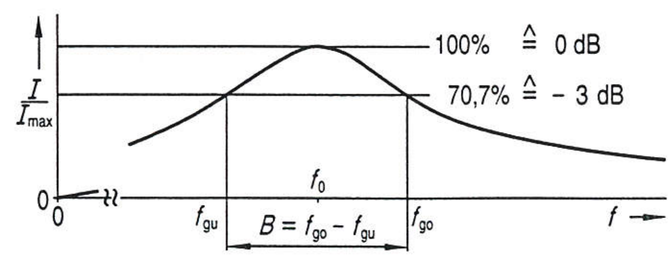
Der Parallelschwingkreis stellt ebenfalls einen frequenzabhängigen Zweipol dar. Unterhalb der Resonanzfrequenz wirkt er jedoch induktiv, oberhalb der Resonanzfrequenz kapazitiv. Bei Resonanz wirkt er wie ein rein ohmscher Widerstand.
Die Besonderheiten des Parallelschwingkreises zeigen sich bei Einspeisung mit konstantem Strom. Bei sehr kleinen und bei sehr großen Frequenzen ist der Leitwert groß, die Spannung entsprechend klein. Nahe der Resonanzfrequenz und insbesondere bei Resonanz wird der Leitwert sehr klein, die Spannung entsprechend groß. Durch die große Spannung fließen durch Kapazität und Induktivität sehr große Ströme. Sie können je nach Größe des Verlustleitwertes ein Vielfaches des zugeführten (konstanten) Stromes betragen (Stromresonanz). Das im Resonanzfall auftretende Verhältnis von Kondensatorstrom bzw. Spulenstrom zum eingespeisten Strom heißt Stromüberhöhung.



Schwingkreis III



- **Die Verluste beeinflussen die Form der Resonanzkurve**



- **Die Bandbreite einer Resonanzkurve ist die Differenz zwischen ihrer oberen und unteren Grenzfrequenz**

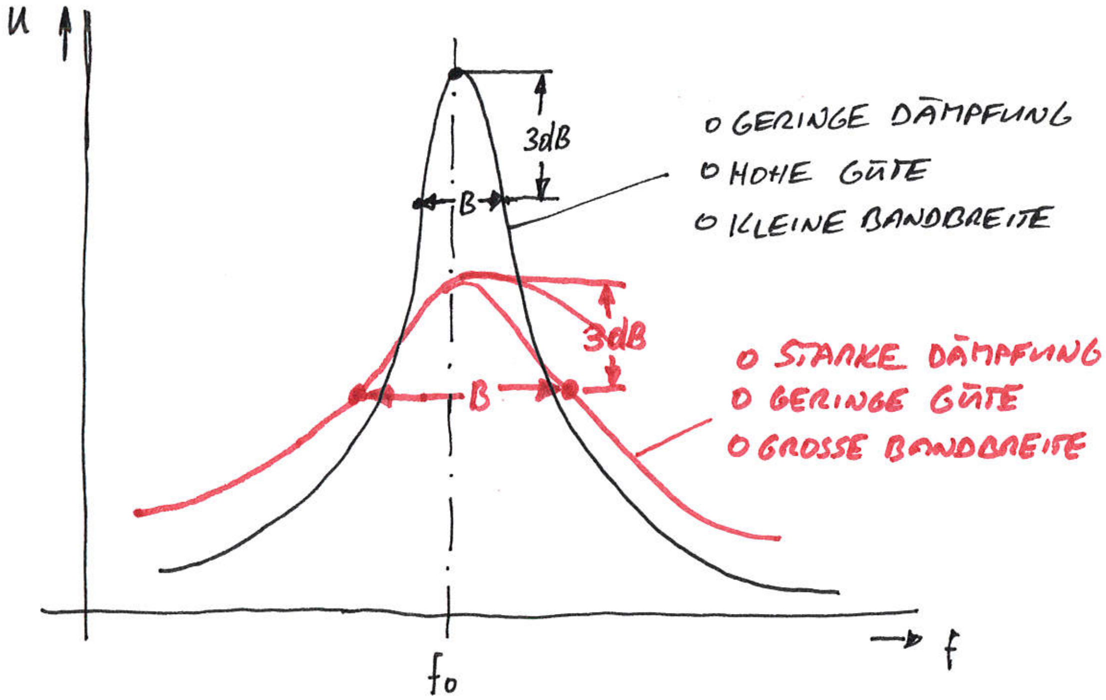
Schwingkreisverluste

Im Idealfall besteht ein Schwingkreis nur aus Induktivität und Kapazität; die Energie kann verlustfrei zwischen beiden Energiespeichern pendeln. In der Praxis treten aber stets Verluste auf. Sie stammen insbesondere vom Drahtwiderstand der Spule und von eventuellen Eisenverlusten durch Ummagnetisierung und Wirbelströme. Im Kondensator entstehen Verluste vor allem durch Umpolarisierung des Dielektrikums. Die Kondensatorverluste sind im Vergleich zu den Spulenverlusten allerdings meist vernachlässigbar.
Die Verluste zeigen sich vor allem in den Resonanzkurven: bei kleinen Verlusten sind sie schmal und hoch, bei großen Verlusten verlaufen sie breit und flach.

Bandbreite

Zur Beschreibung der Resonanzkurven dient insbesondere die Angabe der unteren und oberen Grenzfrequenz f_{gu} und f_{go}. Die beiden Grenzfrequenzen sind die Frequenzen, bei denen die Schwingungsamplitude auf 70,7 % der Resonanzamplitude abgefallen ist; dies entspricht einer Dämpfung von 3 dB. Die Bandbreite wird dann aus der Differenz der beiden Grenzfrequenzen berechnet: $\Delta f = f_{go} - f_{gu}$.
Die Bandbreite wird auch mit B oder $b_{0,7}$ bezeichnet.

GÜTE UND DÄMPFUNG



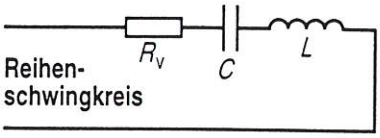
KREISGÜTE $\boxed{Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{f_0}{f_o - f_u}}$

KREISDÄMPFUNG $\boxed{d = \frac{1}{Q}}$

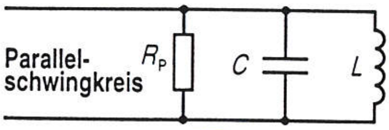
Definitionen

Kreisgüte: $\boxed{Q = \frac{f_0}{\Delta f}}$

Kreisdämpfung: $\boxed{d = \frac{1}{Q} = \frac{\Delta f}{f_0}}$



$$\boxed{Q = \frac{1}{R_V} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}}$$



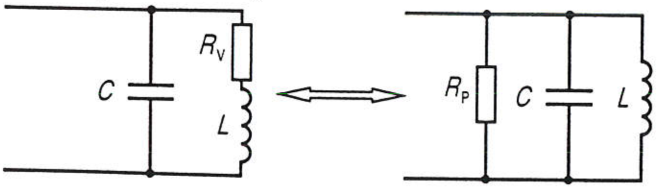
$$\boxed{Q = R_P \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}}$$

- **Die Kreisgüte Q ist von den Verlusten (Verlustwiderstand) und vom Kennwiderstand des Schwingkreises abhängig**

Kreisgüte, Kreisdämpfung

Die Bandbreite ist ein wichtiges Maß zur Beschreibung der Resonanzkurve. Für die Beurteilung der Qualität (Güte) des Schwingkreises ist zusätzlich von Bedeutung, zu welcher Resonanzfrequenz diese Bandbreite gehört. Die Resonanzfrequenz f_0 bezogen auf die Bandbreite Δf wird als Kreisgüte Q bezeichnet; der Kehrwert der Kreisgüte heißt Kreisdämpfung d.
Kreisdämpfung bzw. Kreisgüte hängen vom Verlustwiderstand des Kreises ab; genauer vom Verhältnis des Verlustwiderstandes zum Resonanzwiderstand der Induktivität. Beim Reihenschwingkreis gilt $Q = X_{0L}/R_V$, beim Parallelschwingkreis $Q = R_P/X_{0L}$. Da im Resonanzfall Induktivität und Kapazität den gleichen Widerstand haben, kann statt X_{0L} auch X_{0C} eingesetzt werden.

Schaltungsumwandlung



Im Resonanzfall gilt näherungsweise: $\boxed{R_P = \frac{L}{R_V \cdot C}}$

- **Die Verluste eines Schwingkreises können durch einen Vor- oder einen Parallelwiderstand berücksichtigt werden**

Verlustwiderstände

Die Verluste eines Schwingkreises können in einem einzigen Verlustwiderstand zusammengefaßt werden. Um die Berechnung möglichst einfach zu gestalten, verwendet man bei Reihenschwingkreisen sinnvollerweise einen Vorwiderstand R_V, bei Parallelschwingkreisen einen Parallelwiderstand R_P. Da verlustbehaftete Spulen üblicherweise als Reihenschaltung aus reiner Induktivität und Verlustwiderstand angegeben werden, ist es deshalb bei Parallelschwingkreisen notwendig, die Reihenschaltung aus L und R_V in eine gleichwertige (äquivalente) Parallelschaltung umzuwandeln.

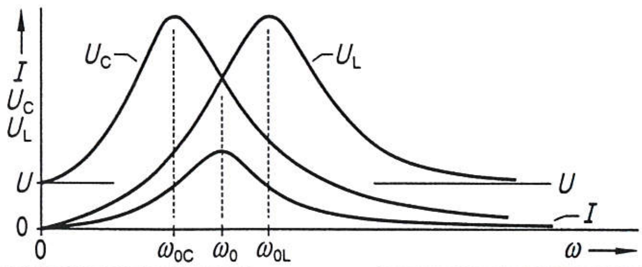
Spannungs- und Stromüberhöhung

Bei einem Reihenschwingkreis sinkt die Impedanz im Resonanzfall bis auf den in Reihe geschalteten kleinen Verlustwiderstand. Der Strom steigt dadurch bei konstanter Eingangsspannung stark an und die Spannungsfälle an Induktivität und Kapazität können ein Vielfaches der Gesamtspannung betragen. Diese sogenannte Spannungsüberhöhung ist von der Schwingkreisgüte Q abhängig. Für die Spannungsüberhöhung gilt: Im Resonzfall ist die Spannung an L und C gleich dem Q-fachen der Eingangsspannung.

Beim Parallelschwingkreis gilt entsprechendes für die Ströme. Im Resonanzfall steigt die Impedanz bis auf den sehr großen parallel geschalteten Verlustwiderstand an. Die Spannung steigt dadurch bei konstantem Eingangsstrom stark an und die Ströme durch Induktivität und Kapazität können ein Vielfaches des Eingangsstromes betragen. Diese sogenannte Stromüberhöhung ist von der Kreisgüte Q abhängig. Für die Stromüberhöhung gilt: Im Resonanzfall ist der Strom durch L und C gleich dem Q-fachen Eingangsstrom.

Dämpfung im Reihenschwingkreis

Im ungedämpften bzw. nur sehr schwach gedämpften Reihenschwingkreis treten das Strommaximum sowie die Maxima der Spannungen U_L und U_C genau bei der Resonanzfrequenz auf.
Im gedämpften Reihenschwingkreis ist das Strommaximum weiterhin bei Resonanzfrequenz, das Maximum der Kondensatorspannung tritt jedoch bei einer kleineren, das Maximum der Spulenspannung bei einer größeren Frequenz auf. Die Maxima liegen umso weiter auseinander, je größer der Verlustwiderstand ist.



$$\boxed{\omega_{0C} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R_V^2}{2L^2}}} \qquad \boxed{\omega_{0L} = \sqrt{\frac{2}{2LC - R_V^2 C^2}}}$$

Dämpfung im Parallelschwingkreis

Im ungedämpften bzw. nur sehr schwach gedämpften Parallelschwingkreis gilt für die Resonanzfrequenz die Thomsonsche Schwingungsformel $\omega_0 = \sqrt{1/(L \cdot C)}$.
Im gedämpften Parallelschwingkreis sinkt die Resonanzfrequenz mit zunehmendem Verlustwiderstand R_V.
Die Berechnung der Resonanzfrequenz kann auch mit dem äquivalenten, parallel zum Schwingkreis gedachten Verlustwiderstand R_p erfolgen. Ein tatsächlich zugeschalteter Parallelwiderstand würde aber die Resonanzfrequenz nicht beeinflussen.

Absenkung der Resonanzfrequenz durch einen zur Spule in Reihe geschalteten Verlustwiderstand

$$\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R_V^2}{L^2}}}$$

Berechnung der reduzierten Resonanzfrequenz mit einem äquivalenten Parallelwiderstand

$$\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{R_P^2 C^2}}}$$