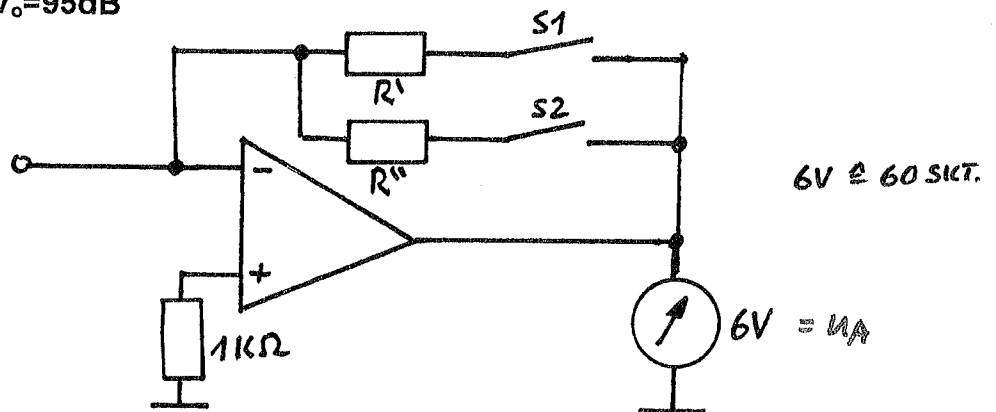


11 Operationsverstärker

11.1 Aufgabe 1

Mit einem Operationsverstärker (OV) und einem Spannungsmeßgerät (Meßbereich 6V) soll eine Schaltung zur Strommessung aufgebaut werden. **Daten des OV:**
 $R_E = 500\text{k}\Omega$; $V_o = 95\text{dB}$



- Ermitteln Sie die Widerstände R' und R'' für die Meßbereiche 0-0,5mA und 0-5mA!
- Bestimmen Sie die Stromeichung des verwendeten Spannungsmessers!
- Berechnen Sie die Eingangswiderstände der Schaltung in beiden Bereichen!

$\frac{V}{dB} = 20 \lg V$
 $V_o = 10^{\frac{95}{20}} = 56234,132$
 $U_A = 6V \quad U_D = \frac{U_A}{V_o}$
 $U_D = 107 \mu V$
 $I_o = \frac{U_D}{R_E} = \frac{107 \mu V}{500 \text{k}\Omega}$
 $I_o = 21,4 \text{ pA} \checkmark$
 $R_{eing} = \frac{U_E}{I_E}$
 $R_{eing} = \left\{ \begin{array}{l} 0,21 \Omega \\ 21,4 \text{ m}\Omega \end{array} \right\}$
 $U_E = U_D + R_1 \cdot I_o$
 $U_E = 21,4 \text{ nV} + 107 \mu V = 107,0214 \mu V$

LÖSUNG ZU AUFGABE 11.1 :

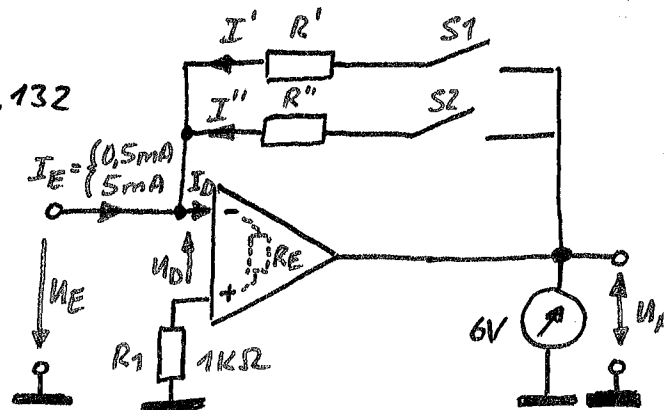
$$\frac{V}{dB} = 20 \lg V \Rightarrow V_0 = 10^{\frac{95}{20}} = 56234,132$$

LEERLAUFVERSTÄRKUNG

$$U_D = \frac{U_A}{V_0} = \frac{6V}{56234,132} = 107 \mu V$$

$$I_D = \frac{U_D}{R_E} = \frac{107 \mu V}{0,5 M\Omega} = 21,4 pA$$

$$U_E = U_D + R_1 \cdot I_D = 21,4 pA \cdot 1 k\Omega + 107 \mu V = 21,4 nV + 107 \mu V = \underline{\underline{107,0214 \mu V}} \quad (1)$$



zu a) $U_A = (I' \cdot R') - U_D \leftarrow \text{VERNACHLÄSSIGBAR (SIEHE INVERTERER)}$

VIRTUELLER KNOTEN : $I_1 + I_2 + I_D = 0 \Rightarrow I_1 = -I_2$

$$\underline{\underline{R' = \frac{U_A}{I'} = \frac{6V}{0,5mA} = 12 k\Omega}}$$

$$\underline{\underline{R'' = \frac{U_A}{I''} = \frac{6V}{5mA} = 1,2 k\Omega}}$$

$$I_E = -I' \\ I_E = -I''$$

zu b) $I' + I'' = I_{V_{MAX}} \Rightarrow I_{V_{MAX}} = 5,5mA$

$$\text{ANNAHME : } 6V \hat{=} 60 \text{ SKT} \hat{=} 0,5mA \Rightarrow \underline{\underline{1 \text{ SKT} \hat{=} \frac{0,5mA}{60} \hat{=} 8,33 \mu A}}$$

$$\hat{=} 5mA \Rightarrow \underline{\underline{1 \text{ SKT} \hat{=} \frac{5mA}{60} \hat{=} 83,3 \mu A}}$$

$$\text{zu c) } \boxed{V_u = \frac{U_A}{U_E} = -\frac{R_2}{R_1}} \Rightarrow \frac{U_A}{U_E} = \frac{R'}{R_1} \wedge \frac{U_A}{U_E} = \frac{R''}{R_1} \Rightarrow U_{E2} = \frac{1k\Omega \cdot 6V}{1,2k\Omega} = 5V$$

$$U_{E1} = \frac{1k\Omega \cdot 6V}{12k\Omega} = 0,5V$$

$$R_{EING} = \frac{U_E}{I_E} \quad \left| \begin{array}{l} I_{E1} = 0,5mA \\ I_{E2} = 5mA \end{array} \right.$$

$$(1) \quad U_E = U_D + R_1 \cdot I_D = 21,4 nV + 107 \mu V = 107,0214 \mu V$$

FÜR DIE LÖSUNG
NICHT RELEVANT

$$\underline{\underline{R_{EING1} = \frac{U_E}{I_{E1}} = \frac{107,02 \mu V}{0,5mA} = 0,214 \Omega}}$$

$$\underline{\underline{R_{EING2} = \frac{U_E}{I_{E2}} = \frac{107,02 \mu V}{5mA} = 21,404 \Omega = 21,404 m\Omega}}$$

a) $U_A = (I' \cdot R')$ (- U_0 vernachlässigbar) * SIEHE SEITE 154 "INVERTIERER"

$$R' = \frac{U_A}{I'} = \frac{6V}{0,5mA} = \underline{\underline{12k\Omega}} \quad \checkmark$$

$$R'' = \frac{U_A}{I''} = \frac{6V}{5mA} = \underline{\underline{1,2k\Omega}} \quad \checkmark$$

ANNAHME
 $6V \triangleq 0,5mA \triangleq 60Skt$
 $1Skt \triangleq \frac{0,5mA}{60}$

b) $I' + I'' = I_{V,MAX} \Rightarrow I_{V,MAX} = \underline{\underline{5,5mA}}$

c) $V_u = \frac{U_A}{U_E} = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \frac{U_A}{U_E} = \frac{R'}{R_1}$

FALL 1: $1Skt \triangleq 8,33mA$

FALL 2: $1Skt \triangleq 83,3mA$

$$U_{E1} = \frac{R_1 \cdot U_A}{R'} = \frac{1k\Omega \cdot 6V}{12k\Omega} = \underline{\underline{0,5V}}$$

$$U_{E2} = \frac{R_1 \cdot U_A}{R''} = \frac{1k\Omega \cdot 6V}{1,2k\Omega} = \underline{\underline{5V}}$$

$$R_{eing} = \frac{U_E}{I_E} \quad I_{E1} = 0,5mA$$

$$I_{E2} = 5mA$$

$$U_E = U_0 + R_1 \cdot I_0$$

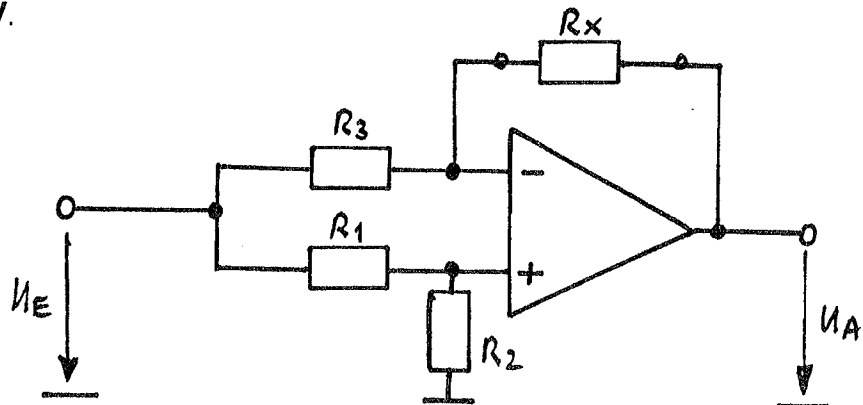
$$U_E = 21,4nV + 10,7\mu V = 107,0214\mu V$$

$$R_{eing1} = \frac{U_E}{I_{E1}} = \underline{\underline{0,21\Omega}}$$

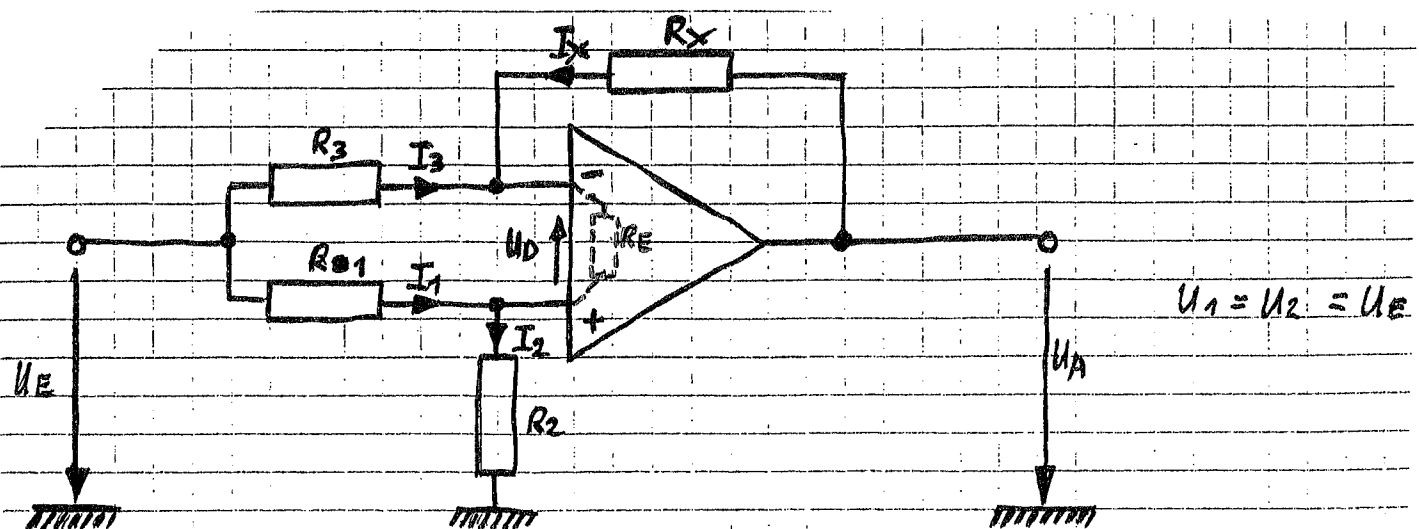
$$R_{eing2} = \frac{U_E}{I_{E2}} = \underline{\underline{21,4m\Omega}}$$

11.2 Aufgabe 2

Die abgebildete Schaltung mit Operationsverstärker ($V_o=100\text{dB}$; $U_{A\text{max}}=\pm 12\text{V}$) wird zur Widerstandsbestimmung (R_x) benutzt. Am Eingang liegt eine stabilisierte Spannung von $U_E=5\text{V}$.



- Stellen Sie allgemein den Zusammenhang zwischen Ausgangs- und Eingangsspannung her!
- Wie lautet der Zusammenhang, wenn $R_1=R_2=R_3=R=10\text{k}\Omega$ ist?
- Bestimmen Sie U_A für folgende R_x -Werte: 0 / 5 / 10 / 15 / 20 / 25 / 30 / 40 / 50 / 100 (alle in $\text{k}\Omega$) (Tabelle!)
- Welchen Vorteil hat diese Widerstandsbestimmung gegenüber konventionellen Methoden?



$$\frac{V}{\text{dB}} = 20 \lg V \Rightarrow V_0 = 10^{\frac{100}{20}} = 100000$$

$$U_{A\text{max}} = \pm 12\text{V} \Rightarrow U_D = 120 \mu\text{V} \quad I_D = \frac{U_D}{R_E} = \frac{120 \mu\text{V}}{500 \text{ k}\Omega} = 2,4 \cdot 10^{-10} \text{ A}$$

LÖSUNG ZU AUFGABE 11.2:

zu a) ES HANDELT SICH UM EINEN DIFFERENZVERSTÄRKER.
DARAUSS FOLGT:

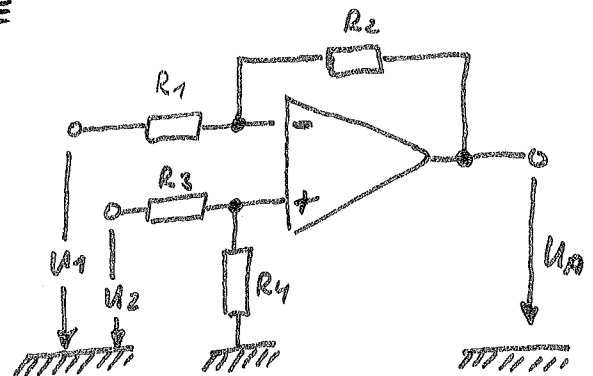
$$U_A = -\frac{R_x}{R_3} \cdot U_E + \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \left(1 + \frac{R_x}{R_3}\right) \cdot U_E$$

$$U_1 = U_2 = U_E$$

$$\text{zu b)} \quad U_A = -\frac{R_x}{R} \cdot U_E + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{R_x}{R}\right) \cdot U_E$$

$$U_A = \frac{1}{2} U_E - \frac{1}{2} \frac{R_x}{R} \cdot U_E$$

$$U_A = \frac{R - R_x}{2R} \cdot U_E$$



$$U_A = -\frac{R_2}{R_1} \cdot U_1 + \frac{R_4}{R_3 + R_4} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) U_2$$

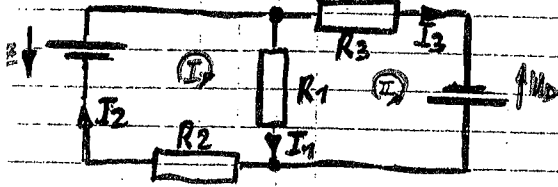
zu c)

$R_x / \mu\Omega$	U_A / V
0	2,5
5	1,25
10	0
15	-1,25
20	-2,5
25	-3,75
30	-5
40	-7,5
50	-10
100	-22,5

← DIESER WERT IST NICHT MEHR MÖGLICH
($U_{Amax} \pm 12V$) NICHT MEHR MESSBAR

zu d) DIESE MESSSCHALTUNG VERHÄLT SICH AUSGANGSSEITIG
LINEAR GEGENÜBER NORMALEN WIDERSTANDSMESS-
GERÄTEN, SOMIT IST EINE GENAUERE MESSUNG MÖGLICH.

Leberechnung nicht unbedingt erforderlich



$$\Rightarrow -U_E + I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_1 = 0$$

$$\Rightarrow -U_D + I_3 \cdot R_3 - I_1 \cdot R_1 = 0$$

$$I_1 + I_3 - I_2 = 0$$

$$\Rightarrow -U_D + (I_2 - I_1) \cdot R_3 - I_1 \cdot R_1 = 0$$

$$-U_D + I_2 \cdot R_3 = I_1 \cdot R_3 + I_1 \cdot R_1$$

$$\frac{-U_D + I_2 \cdot R_3}{R_3 + R_1} = I_1$$

$$\frac{-U_D + I_2 \cdot R_3}{R_3 + R_1} = \frac{U_E - I_2 \cdot R_2}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{U_E \cdot R_3 + U_E \cdot R_1 + U_D \cdot R_1}{R_3 \cdot R_1 + R_2 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_1} = 0,333 \text{ mA}$$

$$I_1 = \frac{U_E - I_2 \cdot R_2}{R_1} = 0,1666 \text{ mA}$$

$$I_3 = I_2 - I_1 = 0,1666 \text{ mA}$$

$$zua) U_1 = U_2 = U_E = 5 \text{ V}$$

$$U_A = -\frac{R_X}{R_3} U_E + \frac{R_2}{R_1 + R_2} \left(1 + \frac{R_X}{R_3}\right) U_E$$

$$zxb) U_A = -\frac{R_X}{R} U_E + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{R_X}{R}\right) U_E$$

$$U_A = \frac{1}{2} U_E - \frac{1}{2} \frac{R_X}{R} \cdot U_E$$

$$U_A = \frac{R - R_X}{2R} U_E$$

zuc)	$R_X / k\Omega$	U_A / V
	0	2,5
	5	1,25
	10	0
	15	-1,25
	20	-2,5
	25	-3,75
	30	-5
	40	-7,5
	50	-10
	100	-22,5

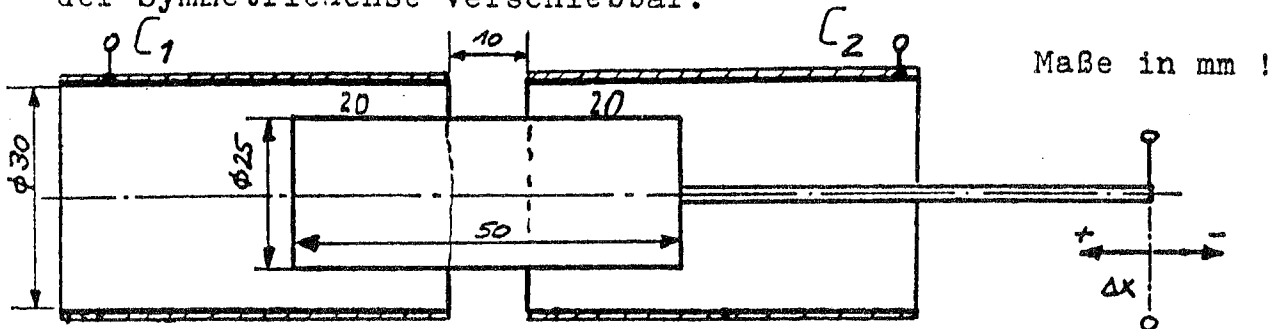
dieser Wert ist nicht mehr möglich, nicht mehr meßbar

zud) linear gegenüber normalen Widerstandsmessgeräten, es sind genauere Messungen möglich.

15 INDUKTIVE UND KAPAZITIVE AUFNEHMER

15.1 AUFGABE 1

Die zylindersymmetrische Anordnung von jeweils gleichlangen Rohrstücken ist luftgefüllt. Die Mittelelektrode ist längs der Symmetrieachse verschiebbar.



- Ermitteln Sie die Kapazitäten C_1 und C_2 für die vorgegebenen Δx -Werte und tragen Sie diese in die Tabelle ein!
- Geben Sie die Kennlinien $C_1 = f(\Delta x)$ und $C_2 = f(\Delta x)$ in einem Diagramm an!
- Geben Sie eine Meßschaltung für diese Kapazitätsbestimmung an!
- Wie beeinflussen Störkapazitäten die Messung?

Tabelle:

$\Delta x / \text{mm}$	$C_1 /$	$C_2 /$
0		
+30		
-30		

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d}$$

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-14} \frac{\text{F}}{\text{cm}}$$

$$C_{\text{ZYL}} = 2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{l}{\ln \frac{r_a}{r_i}}$$

für Luft ist $\epsilon_r = 1$

$$C = \frac{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0}{\ln \frac{r_a}{r_i}} \cdot l$$

$$\Delta x = 0 \text{ mm} \quad C_1 = C_2 = \frac{2 \cdot \pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-14} \frac{\text{F}}{\text{cm}} \cdot 50 \text{ cm} - 1 \text{ cm}}{\ln \frac{30}{25}}$$

$$C_1 = C_2 = 3,0516 \frac{\text{F}}{\text{cm}} \cdot 10^{-12} \cdot 2 \text{ cm} = 6,1033 \cdot 10^{-12}$$

$+ \Delta x = 3 \text{ cm}$

$C_1 = 3,0516 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{cm}} \cdot 5 \text{ cm}$

$C_1 = 1,526 \cdot 10^{-11} \text{ F}$ ✓

$C_2 = 0$ ✓

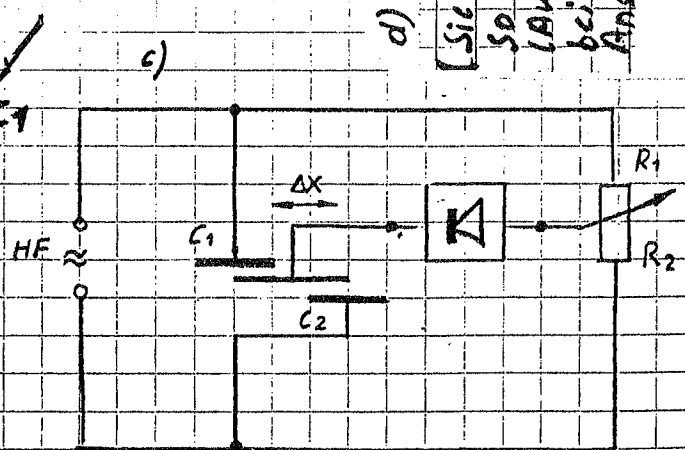
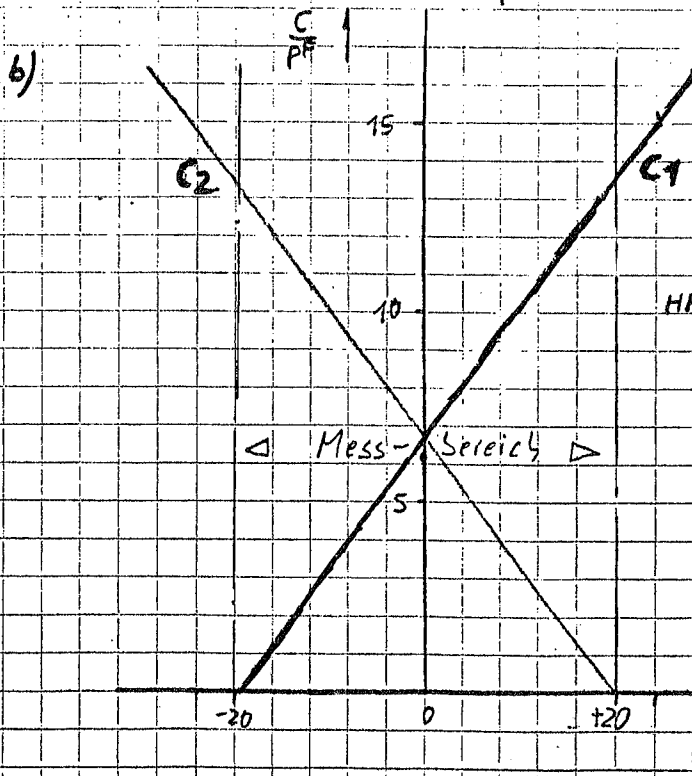
$- \Delta x = 3 \text{ cm}$

$C_1 = 0$ ✓

$C_2 = 3,0516 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{cm}} \cdot 5 \text{ cm}$

$C_2 = 1,526 \cdot 10^{-11} \text{ F}$ ✓

a) $\Delta x / \text{mm}$	C_1	C_2
0	6,1033 pF	6,1033 pF ✓
+30	15,26 pF	0
-30	0	15,26 pF



$C_{ges} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$ ✓

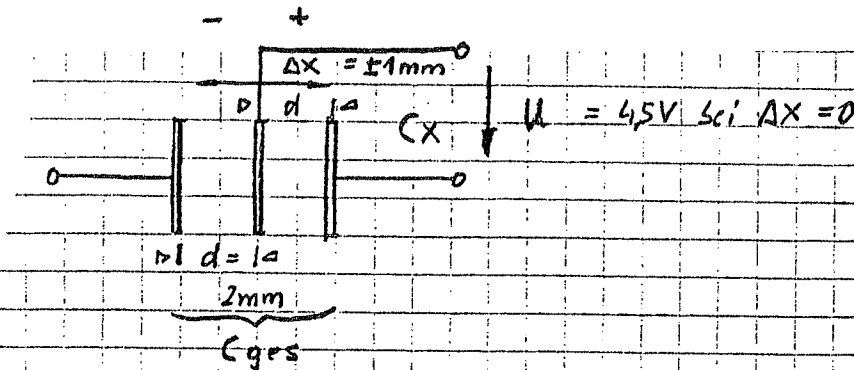
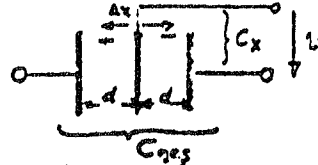
z.B. für $C_2 = 0 \Rightarrow X = \frac{1}{0} = \infty$
damit ist die Meßbrücke nicht mehr gewährleistet!

[Sie verfälschen die eindeutige Bestimmung der Kapazitäten so könnte z.B. zwischen Verschiebespindel und dem Zylinder (Außenwand) bei C_2 ein Störkondensator entstehen, der bei C_{ges} ebenfalls berücksichtigt werden müsste.) Ansonsten keine Störkapazitäten

15.2 AUFGABE 2

An der abgebildeten Kondensator-Anordnung liegt eine Spannung von $U=4,5\text{ V}$, wenn $\Delta x=0$ ist. Dabei ist $C_x=3\text{ nF}$ und $d=2\text{ mm}$.

- a) Die mittlere Platte kann maximal um $\Delta x=\pm 1\text{ mm}$ verschoben werden. Ermitteln Sie C_x in den Extremlagen!
- b) Wie groß ist die Spannung U in den Extremlagen?
- c) Wie groß ist die Gesamtkapazität in den Extremlagen?
- d) Wie muß dieser Meßfühler zur Längenmessung verschaltet werden?



a) für Plattenkondensatoren gilt:

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d}$$

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-14} \frac{\text{F}}{\text{cm}} \quad \text{für Luft}$$

$$\epsilon_r = 1$$

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A \cdot \frac{1}{d}$$

für $\Delta x = 0$ ist $C_x = 3\text{ nF}$ und $d = 2\text{ mm}$

$$C = \epsilon_0 \cdot A \cdot \frac{1}{d} \Rightarrow A = \frac{C \cdot d}{\epsilon_0}$$

$$A = \frac{3 \cdot 10^{-9} \text{ F} \cdot 0,002 \text{ m}}{8,854 \cdot 10^{-14} \frac{\text{F}}{\text{cm}}}$$

$$A = 6,777 \text{ cm}^2$$

$$\Delta X = +1 \text{ mm} : C_x = \epsilon_0 \cdot A \cdot \frac{1}{d}$$

$$C_x = 8,854 \cdot 10^{-14} \frac{\text{F}}{\text{cm}} \cdot 6777 \text{ cm}^2 \cdot \frac{1}{0,1 \text{ cm}}$$

$$\underline{C_x = 6,0 \text{ nF}} \quad \checkmark$$

$$\Delta X = -1 \text{ mm} : C_x = 8,854 \cdot 10^{-14} \frac{\text{F}}{\text{cm}} \cdot 6777 \text{ cm}^2 \cdot \frac{1}{0,3 \text{ cm}}$$

$$\underline{C_x = 2,0 \text{ nF}} \quad \checkmark$$

" ODER ABER DREISATZ "

$$b) \quad U = E \cdot l$$

$$E = \frac{U}{d} = \frac{4,5 \text{ V}}{2 \text{ mm}} = 2,25 \text{ V/mm}$$

$$U_1 = 2,25 \text{ V/mm} \cdot 1 \text{ mm} = \underline{2,25 \text{ V}} \quad \checkmark$$

$$U_2 = 2,25 \text{ V/mm} \cdot 3 \text{ mm} = \underline{6,75 \text{ V}} \quad \checkmark$$

c)

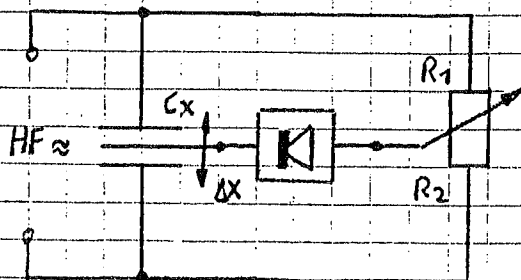
$$\Delta X = 0 : C_{\text{ges}} = \frac{C \cdot C_x}{C + C_x} = \frac{3 \text{ nF} \cdot 3 \text{ nF}}{3 \text{ nF} + 3 \text{ nF}} = 1,5 \text{ nF}$$

$$\Delta X = +1 \text{ mm} : C_{\text{ges}} = \frac{6 \text{ nF} \cdot 2 \text{ nF}}{6 \text{ nF} + 2 \text{ nF}} = 1,5 \text{ nF}$$

$$\Delta X = -1 \text{ mm} : C_{\text{ges}} = \frac{2 \text{ nF} \cdot 6 \text{ nF}}{2 \text{ nF} + 6 \text{ nF}} = 1,5 \text{ nF}$$

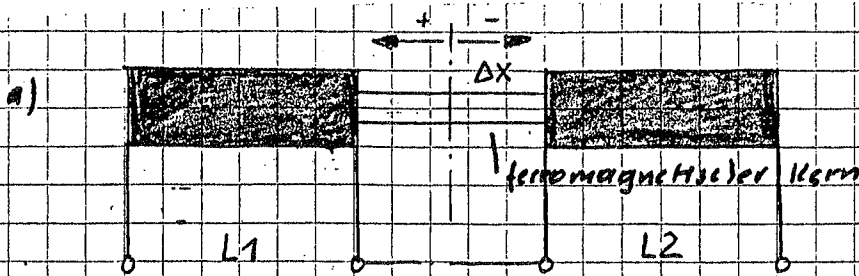
Die Gesamt-
kapazität bleibt
in jeder Lage
gleich groß!

d)



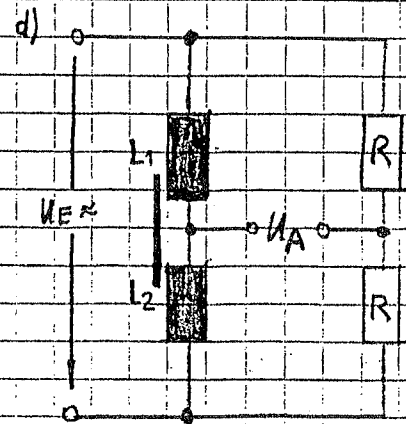
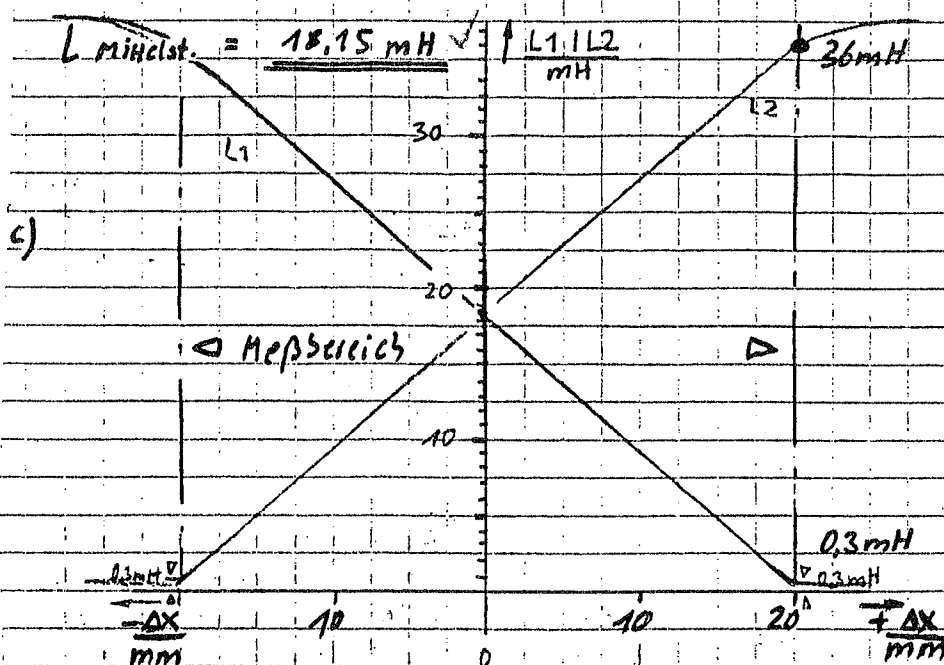
15.3 AUFGABE 3

- a) Skizzieren Sie den Aufbau einer Differentialdrossel !
 b) Eine Spule dieses Meßaufnehmers besitzt eine minimale Induktivität von $0,3 \text{ mH}$ und eine maximale von 36 mH . Welche Selbstinduktivität besitzt sie in der Nullstellung des Meßaufnehmers ?
 c) Skizzieren Sie die Kennlinie mit Kennwerten bei einem Kennweg von $\pm 20 \text{ mm}$! Markieren Sie den Meßbereich !
 d) Wie wird die Induktivität und damit der Weg gemessen ?



- b) für beide Spulen gilt : $L_{\min} = 0,3 \text{ mH}$ (Luftspule)
 $L_{\max} = 36 \text{ mH}$ (eisengefüllte Spule)

$$L_{\text{mittelst.}} = \frac{L_{\max} - L_{\min}}{2} + L_{\min} = \frac{36,0 \text{ mH} - 0,3 \text{ mH}}{2} = 17,85 \text{ mH} + 0,3 \text{ mH}$$



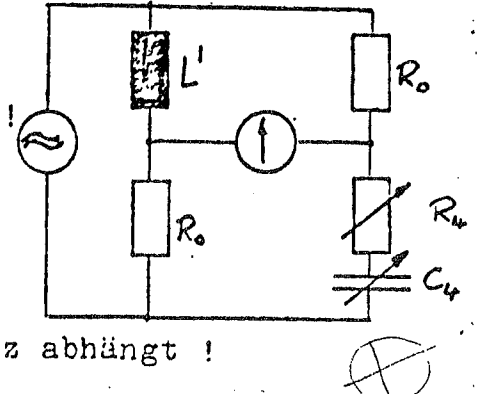
- d) Die einzige Eingangsgröße um die Induktivität zu ändern ist μ_r die relative Permittivität. Dies wird erreicht, indem man den ferromagnetischen Kern in den Spulen L_1 und L_2 verschiebt. Dadurch haben beide Spulen unterschiedliche Induktivitäten. Dies kann man wiederum in eine Brückenschaltung ausnutzen.

16 MESSUNG VON IMPEDANZEN

16.1 AUFGABE 1

Mit der Meßbrücke sollen die Elemente der verlustbehafteten Induktivität L' bei $f=1 \text{ kHz}$ ermittelt werden.

- Zeigen Sie, daß die Brücke abgleichbar ist!
- Bestimmen Sie allgemein die idealen Elemente der Induktivität L' !
- Zeichnen Sie qualitativ das Ersatzzeigerbild in der Gauß'schen Ebene!
- Bestimmen Sie die Güte der Spule, wenn bei Abgleich $R_4=78 \Omega$ und $C_4=25 \text{ nF}$ beträgt?
- Erläutern Sie, wie die Güte von der Frequenz abhängt!



Geg: $f=1 \text{ kHz}$

bei Abgleich: $R_4 = 78 \Omega$
 $C_4 = 25 \text{ nF}$

zu b) $\frac{Z_1}{R_0} = \frac{R_0}{Z_4}$

zu a) $Y_1 - Y_2 = Y_3 - Y_4$
 $Y_1 - 0 = 0 - Y_4$
 $|Y_1| = |Y_4|$ ist also möglich

$R_x + j\omega L_x = R_0^2 \frac{R_4 + j\frac{1}{\omega C_4}}{R_4^2 + (\frac{1}{\omega L})^2}$

(konjugiert komplex erweitert)

Realteil: $R_x = \frac{R_0^2 \cdot R_4}{R_4^2 + (\frac{1}{\omega L})^2}$

Imaginärteil: $L_x = \frac{R_0^2 \frac{1}{\omega C_4}}{R_4^2 + (\frac{1}{\omega L})^2}$

zu c)

$$\text{zu d)} \quad d = \tan \delta = \frac{R_x}{\omega \cdot L_x} \quad \checkmark$$

$$d = \tan \delta = \frac{R_0^2 \cdot R_4}{R_4^2 + \left(\frac{1}{\omega C_4}\right)^2}$$

$$\frac{\omega \cdot R_0^2 \cdot \frac{1}{\omega^2 C_4}}{R_4^2 + \left(\frac{1}{\omega C_4}\right)^2}$$

$$Q = \frac{1}{d} = \frac{\omega \cdot L_x}{R_x} \quad \checkmark$$

$$\underline{d = \tan \delta = R_4 \omega C_4} \quad \checkmark$$

$$\underline{Q = \frac{1}{\tan \delta} = \frac{1}{R_4 \cdot \omega \cdot C_4} = 81,62}$$

zu c) Die Güte ist bei der Verlustschalteten Induktivität also $Z = R_x + j\omega L_x$, *proportional der Frequenz. Mit steigender Frequenz sinkt gleichfalls die Güte. *umgekehrt?

Bei Parallelschaltung:
Verlustfaktor und
Güte bleiben gleich!

$$\frac{\frac{1}{\frac{1}{R_x} + \frac{1}{j\omega L_x}}}{R_0} = \frac{R_0}{R_{11} + \frac{1}{j\omega C_4}}$$

$$\frac{1}{\frac{1}{R_x} + \frac{1}{j\omega L_x}} = \frac{R_0}{R_4 + \frac{1}{j\omega C_4}}$$

$$\frac{1}{R_x} = \frac{R_4}{R_0^2}$$

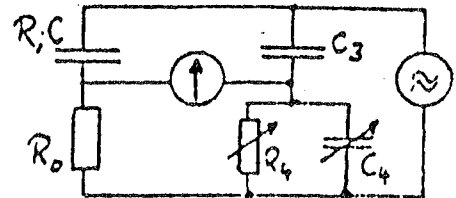
$$L_x = C_4 \cdot R_0^2$$



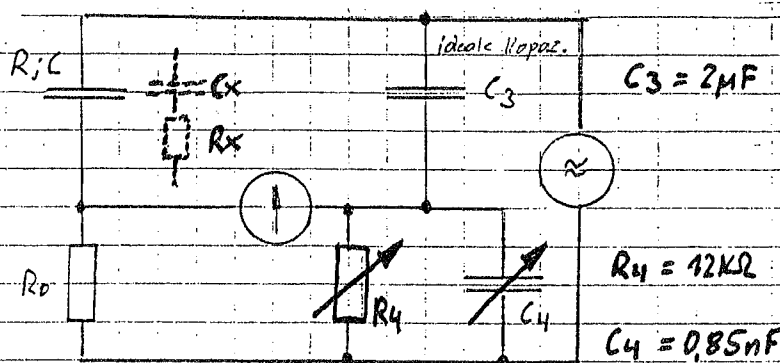
16.2 AUFGABE 2

Mit der abgebildeten Meßbrücke sollen bei 1 kHz die Ersatzgrößen R und C eines verlustbehafteten Kondensators ermittelt werden. C_3 ist dabei eine ideale Kapazität.

- a) bestimmen Sie allgemein die Größen R und C der Ersatz-Reihenschaltung!
 b) skizzieren Sie das Zeigerbild der Ersatzwiderstände (qualitativ) mit dem Verlustwinkel!
 c) Ermitteln Sie den Verlustfaktor und die Güte der Kapazität!
 d) Wie wird der Abgleich praktisch durchgeführt?



Werte: $C_3 = 2 \mu\text{F}$; $R_4 = 12 \text{ k}\Omega$
 $C_4 = 0,85 \text{ nF}$



$f = 1 \text{ kHz}$

$$\frac{R_x + \frac{1}{j\omega C_x}}{R_0} = \frac{\frac{1}{j\omega C_3}}{\frac{1}{R_4} + j\omega C_4}$$

$$\frac{R_x + \frac{1}{j\omega C_x}}{R_0} = \frac{\frac{1}{R_4} + j\omega C_4}{j\omega C_3}$$

a) $j\omega C_3 (R_x + \frac{1}{j\omega C_x}) = R_0 (\frac{1}{R_4} + j\omega C_4)$

$$R_x j\omega C_3 + \frac{j\omega C_3}{j\omega C_x} = \frac{R_0}{R_4} + R_0 j\omega C_4$$

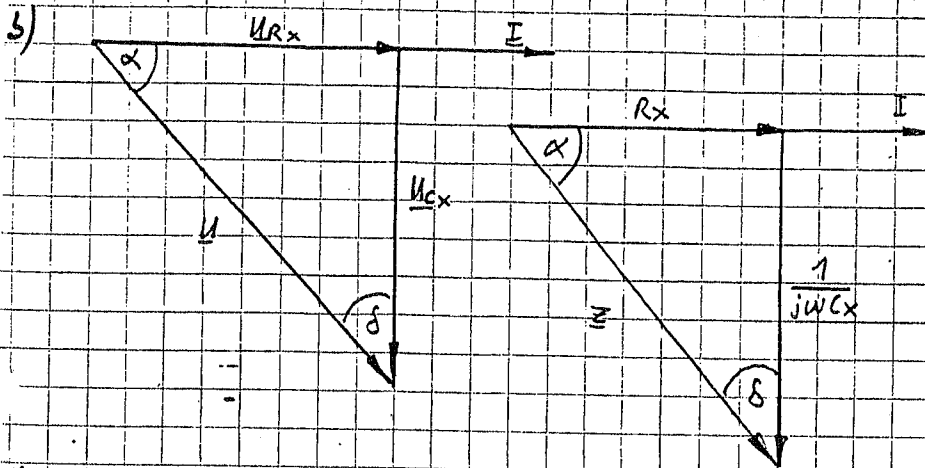
$$R_x j\omega C_3 + \frac{C_3}{C_x} = \frac{R_0}{R_4} + R_0 j\omega C_4$$

Realteile und Imaginärteile trennen:

Realteile: $\frac{C_3}{C_x} = \frac{R_0}{R_4} \Rightarrow \frac{C_x}{C_3} = \frac{R_4}{R_0} \Rightarrow \underline{\underline{C_x = \frac{R_4 \cdot C_3}{R_0}}}$ ✓

Imaginär: $R_x j\omega C_3 = R_0 j\omega C_4$

$$\frac{R_x}{R_0} = \frac{j\omega C_4}{j\omega C_3} \Rightarrow \underline{\underline{R_x = \frac{C_4 \cdot R_0}{C_3}}}$$
 ✓



c) $d = \tan \delta = \frac{R_x}{\frac{1}{\omega C_x}}$

$$d = \tan \delta = R_x \omega C_x$$

$$d = \frac{C_4 \cdot R_0}{C_3} \cdot \frac{\omega R_4 \cdot C_3}{R_0}$$

$$d = C_4 \cdot \omega \cdot R_4$$

$$d = 0,85 \cdot 10^{-9} \cdot 6283,2 \cdot 12 \text{ k}$$

$$d = 6,41 \cdot 10^{-2}$$

$$Q = \underline{\underline{15,6}} = \frac{1}{d} \quad \checkmark$$

d) Mit C_4 kann die Phasenverschiebung zu Null gemacht werden. Durch gleichzeitiges vorsichtiges verstellen von R_4 und C_4 , kann dann U_a zu Null gemacht werden.

16.3 AUFGABE 3

Gegeben ist die abgebildete Brückenschaltung.

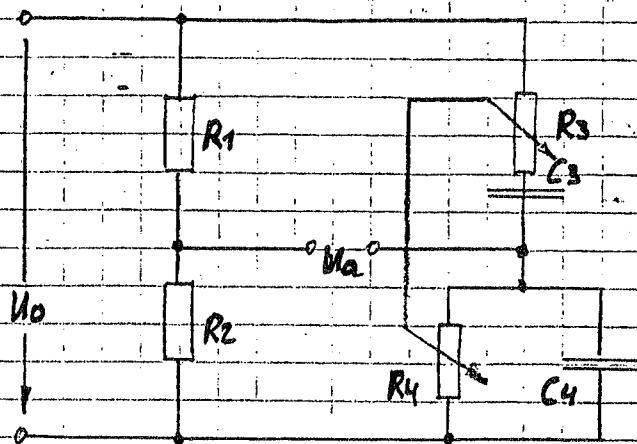
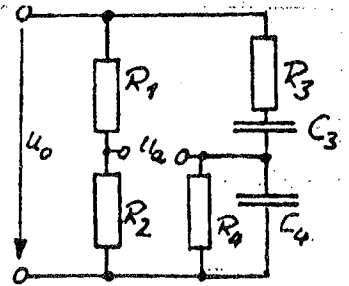
a) wie lautet die allgemeine Abgleichbedingung?

b) Mit der Brücke sollen R_3, C_3 - die Elemente eines verlustbehafteten Kondensators - ermittelt werden. Bestimmen Sie R_3 und C_3 , indem in den Abgleich $\tan \delta$ eingesetzt wird!

Hinweis: $\tan^2 \delta \approx 0$!

c) Die Brücke soll als Frequenzmeßbrücke (Wien-Robinson) verwendet werden. Bestimmen Sie aus der Abgleichbedingung die unbekannte Frequenz f_x der angelegten Spannung u_0 !

d) Wie kann bei e) der Abgleich kontrolliert werden?



$$\frac{R_1}{R_3 + \frac{1}{j\omega C_3}} = \frac{R_2}{\frac{1}{\frac{1}{R_4} + j\omega C_4}} \quad \checkmark$$

$$\frac{R_1}{R_3 + \frac{1}{j\omega C_3}} = \frac{R_2}{R_4} + R_2 j\omega C_4$$

$$= \frac{1}{j\omega C_3} (1 + R_3 \omega C_3) \cdot j\omega C_4 \left(1 + \frac{1}{j\omega R_4 C_4}\right)$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{1}{R_4} + j\omega C_4\right) \left(R_3 + \frac{1}{j\omega C_3}\right) \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{C_4}{C_3} (1 + j \tan \delta) (1 + \frac{1}{j \tan \delta})$$

$$a) \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} + \frac{C_4}{C_3} + j\omega C_4 R_3 + \frac{1}{j\omega C_3 R_4} = \frac{C_4}{C_3} (1 + (\tan \delta)^2)$$

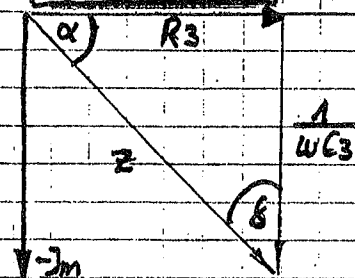
$C_3 = \frac{R_2 \cdot C_4}{R_1}$ ist vernachlässigbar bei Re

$$b) \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3 + \frac{1}{j\omega C_3}}{\frac{1}{R_4} + j\omega C_4} \quad \leftarrow \tan \delta_3 = \omega R_3 C_3$$

$$\quad \quad \quad \leftarrow \tan \delta_4 = \frac{1}{\omega R_4 C_4}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_3 - \varphi_4 \Rightarrow \varphi_3 = \varphi_4 \text{ dann}$$

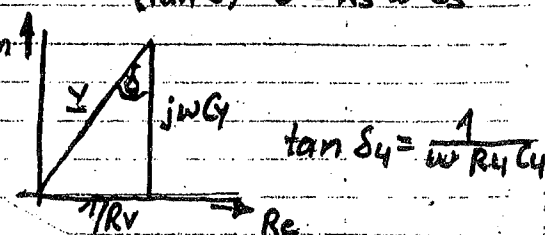
muß auch $\tan \delta_3 = \tan \delta_4$ sein!



$$\tan \delta = R_3 \omega C_3$$

$$(\tan \delta)^2 = 0 = R_3^2 \omega^2 C_3^2$$

$$R_3 =) \omega R_3 C_3 = \frac{1}{\omega R_4 C_4} \Rightarrow R_3 = \frac{1}{\omega^2 R_4 C_4 C_3}$$



c)

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} + \frac{C_4}{C_3} + j\omega C_4 \cdot R_3 + \frac{1}{j\omega C_3 \cdot R_4}$$

Für eine bestimmte Frequenz, heben sich die beiden Anteile auf.

$$j\omega C_4 \cdot R_3 = \frac{1}{j\omega C_3 \cdot R_4}$$

$$1 = j\omega C_3 \cdot R_4 \cdot j\omega C_4 \cdot R_3 = \omega^2 C_3 \cdot C_4 \cdot R_3 \cdot R_4$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{C_3 \cdot C_4 \cdot R_3 \cdot R_4}}$$

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{C_4 \cdot C_3 \cdot R_4 \cdot R_3}} \quad \checkmark$$

d) Indem man $C_3 = C_4$ macht und nicht verändert. Während R_4 und R_3 Widerstände einer Tandem-Widerstandselkade sind, die man einstellen kann. $\checkmark$

$$C = C_3 = C_4$$

$$R = R_3 = R_4$$

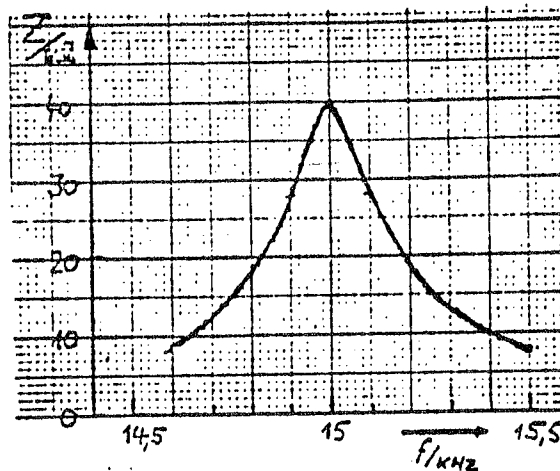
$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2\pi R \cdot C}$$

17 REIHEN- UND PARALLELRESONANZEN

17.1 AUFGABE 1

An einer Zusammenschaltung der verlustbehafteten Elemente L' und C' wurden Impedanzmessungen in Abhängigkeit von der Frequenz durchgeführt.

- Handelt es sich um Reihen- oder Parallelresonanz?
- Bestimmen Sie Bandbreite und Güte!
- Skizzieren Sie qualitativ das Zeigerbild mit idealen Elementen R, L, C im Resonanzfall! Vermerken Sie den Verlustwinkel!
- Bestimmen Sie die Elemente R, L und C (Ersatzgrößen)!



- a) Bei dieser Zusammenschaltung handelt es sich um Parallelresonanz wie das Diagramm ganz klar erkennen läßt. ✓

- b) Resonanzwiderstand $Z_r = 40 \text{ k}\Omega$

auf Grund des Zeigerbildes ist der Widerstand der zur Bandbreite gehört:

$$Z_0 = Z_r \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 40 \text{ k}\Omega \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 28,284 \text{ k}\Omega$$

Aus dem Kennlinienfeld folgt für $Z_0 = 28,284 \text{ k}\Omega$ eine Bandbreite:

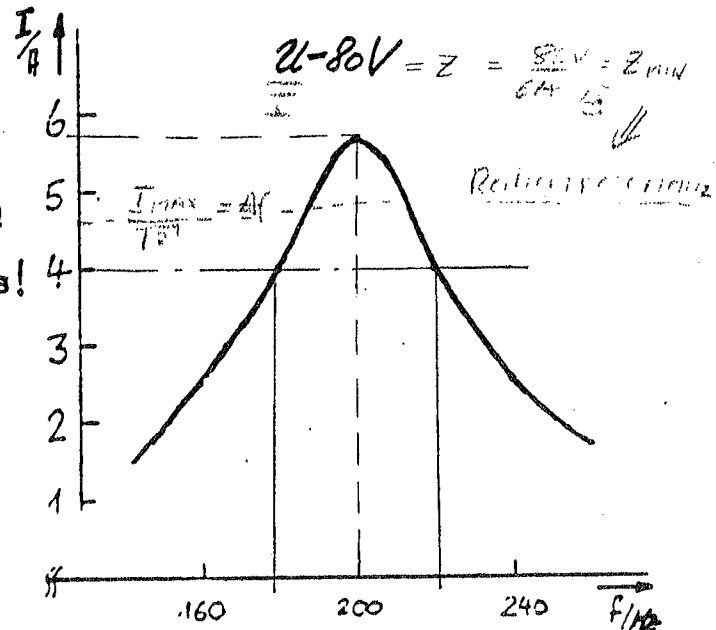
$$\Delta f = (15,1 - 14,9) \text{ kHz} = 0,2 \text{ kHz}$$

$$\Delta f = 200 \text{ s}^{-1} \quad \checkmark$$

17.2 AUFGABE 2

Bei einer Resonanzmessung wurde nebenstehende Kurve aufgenommen.

- Welche Art von Resonanz liegt vor? Begründung!
- Ermitteln Sie die Resonanzfrequenz!
- Wie groß ist die Bandbreite?
- Bestimme die Güte des Schwingkreises!
- Die Elemente R, L und C sind zu bestimmen!



- a) Es handelt sich um Reihenresonanz, da bei konstanter Spannung U , die Impedanz vom Kehrwert des Stromes abhängig ist. Die Kurve ist also nicht der Kehrwert des Stromes, voraus folgt, dass ein Maximum vorhanden ist, wo normalerweise ein Minimum sein müsste.

$$\frac{U}{I_{\max}} = Z_{\min} \quad \frac{80V}{5,75A} = 13,91\Omega = Z_{\min} = 7 \text{ Reihenresonanz}$$

- b) Aus der Kurve folgt für f_0 : $f_0 = 200 \text{ Hz}$

- c) Die Bandbreite Δf beträgt: $I_0 = I_{\max} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 4,066 \text{ A}$

Aus der Kurve folgt für Δf : $\Delta f = (220 - 180) \text{ Hz} = 40 \text{ s}^{-1}$

- d) Die Güte des Schwingkreises beträgt: $Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{200 \text{ Hz}}{40 \text{ Hz}} = 5$

e) Im Resonanzfall ist $Z = R$:

$$\underline{R = 13,91 \Omega}$$

$$Q = \frac{2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot L}{R}$$

$$5 = \frac{2 \cdot \pi \cdot 200 \text{ s}^{-1} \cdot L}{13,91 \Omega} \Rightarrow L = 0,0554 \text{ H}$$

$$\underline{L = 55,4 \text{ mH}}$$

$$Q = \frac{1}{R \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot C} \Rightarrow C = \frac{1}{R \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot Q}$$

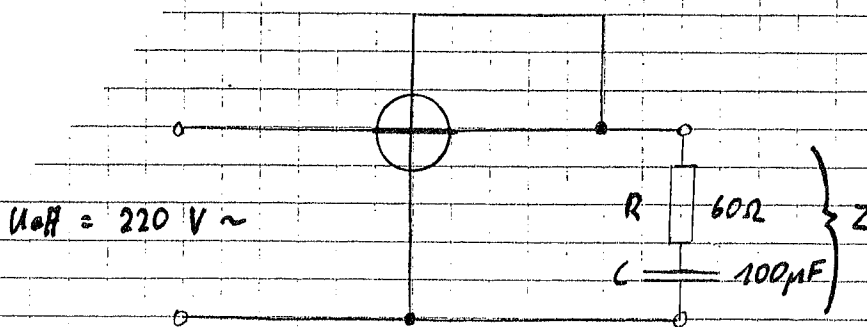
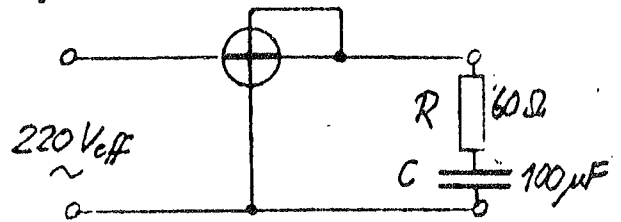
$$\underline{C = \frac{1}{13,91 \Omega \cdot 2 \cdot \pi \cdot 200 \text{ s}^{-1} \cdot 5} = 11,4 \mu\text{F}}$$

18 LEISTUNGSMESSUNG

18.1 AUFGABE 1

An der Meßschaltung liegt eine sinusförmige Wechselspannung mit $220 \text{ V}_{\text{eff}}$ und 50 Hz . Der Widerstand des Strompfades vom Wattmeter ist vernachlässigbar klein, der des Spannungspfad sehr viel größer als die angeschaltete Impedanz.

- Skizzieren Sie maßstäblich den Verlauf von u und i über der Zeit!
- Zeichnen Sie in das gleiche Diagramm den Verlauf $\alpha(t)$ ein (qualitativ)!
- Wofür ist der Zeigerausschlag α ein Maß?
- Wie sieht der Verlauf von $\alpha(t)$ aus, wenn der Widerstand R aus der Meßschaltung entfernt wird? Skizze!



Gegeben: $f = 50 \text{ Hz}$ (sinusförmig)

$R_{\text{Watt}} \gg Z$

$$X_C = -\frac{1}{\omega \cdot C}$$

$$X_C = -\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ s}^{-1} \cdot 100 \cdot 10^{-6} \text{ F}}$$

$$X_C = -31,85 \Omega$$

$$|Z| = \sqrt{X_C^2 + R^2}$$

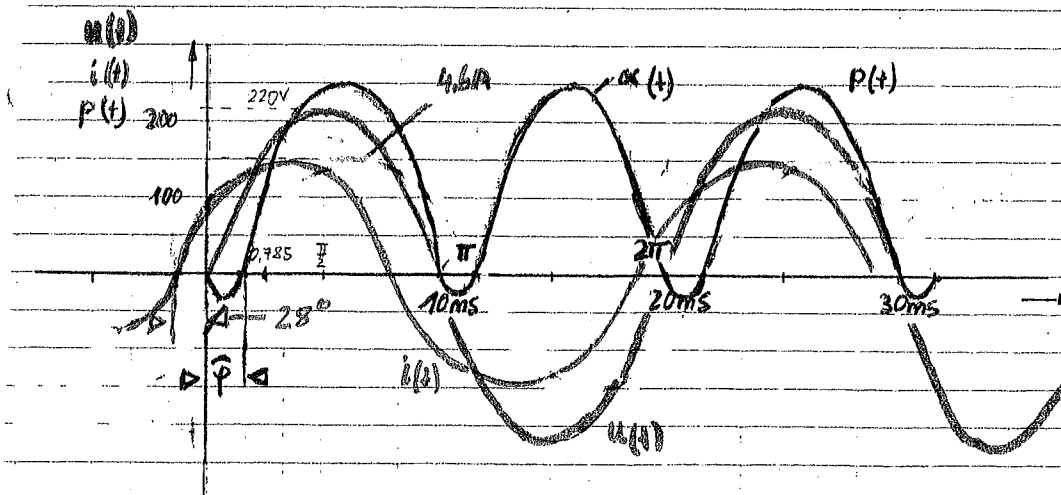
$$|Z| = \sqrt{(31,85 \Omega)^2 + (60 \Omega)^2}$$

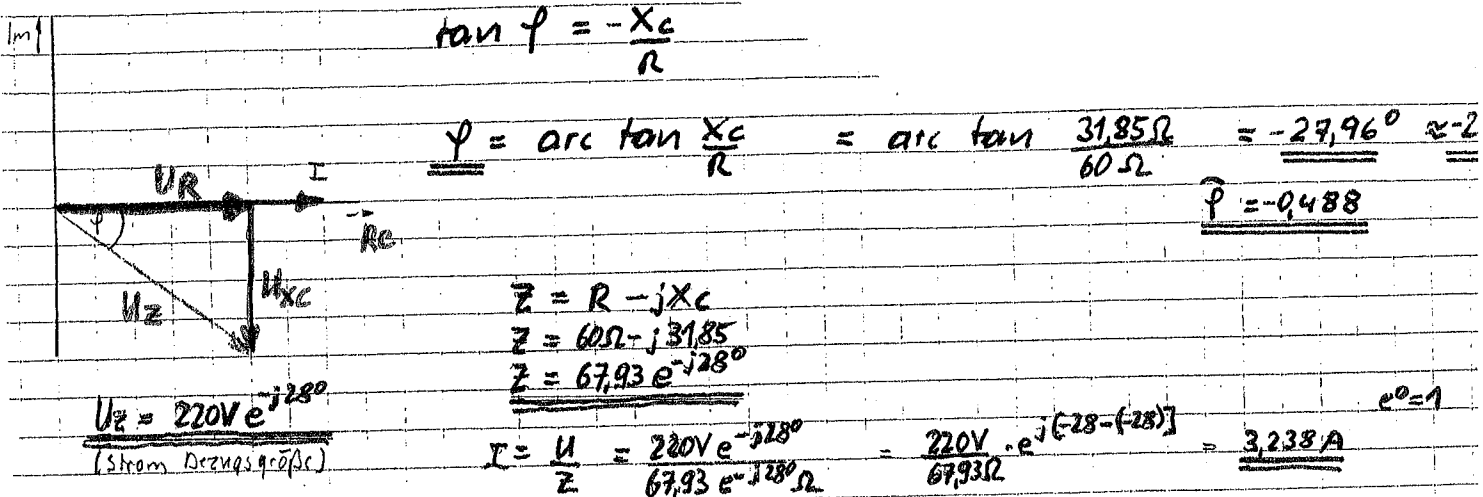
$$Z = 67,93 \Omega$$

$$I = \frac{U}{|Z|} = \frac{220 \text{ V}}{67,93 \Omega}$$

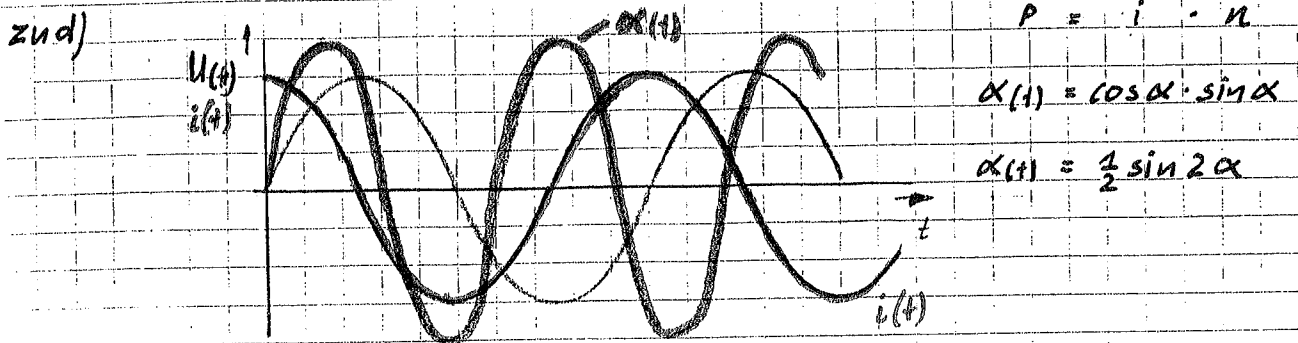
$$I = 3,238 \text{ A}$$

$$\hat{I} = I_{\text{eff}} \cdot \sqrt{2} = 4,6 \text{ A}$$





zur) Der Leistungsauslag ist ein Maß für die Wirkleistung.



18.2 AUFGABE 2

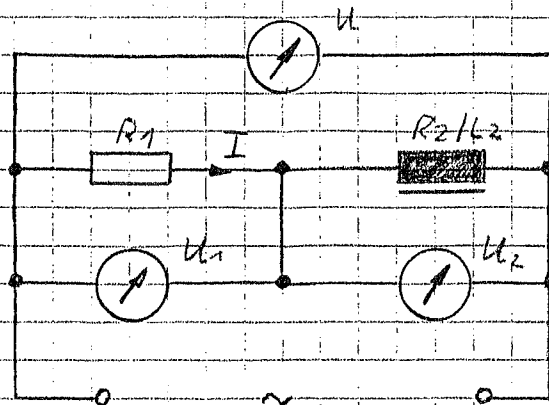
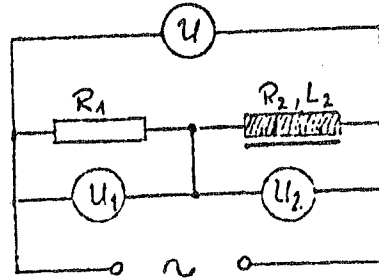
Die Wirkleistung der Spule ($R_2; L_2$) soll mit drei Spannungsmessern gemessen werden, indem der induktionsfreie Widerstand R_1 davorgeschaltet wird, dessen Wert genau bekannt ist.

- a) Bestimmen Sie allgemein die Wirkleistung P_2 !

Mit $R_1 = 6,5 \text{ Ohm}$ werden folgende Spannungen gemessen:

$U = 225 \text{ V}$; $U_1 = 112 \text{ V}$; $U_2 = 118 \text{ V}$

- b) Ermitteln Sie Wirk und Scheinleistung der Spule!
c) Wie groß ist der Leistungsfaktor?



Geg: $R_1 = 6,5 \Omega$

$U = 225 \text{ V}$

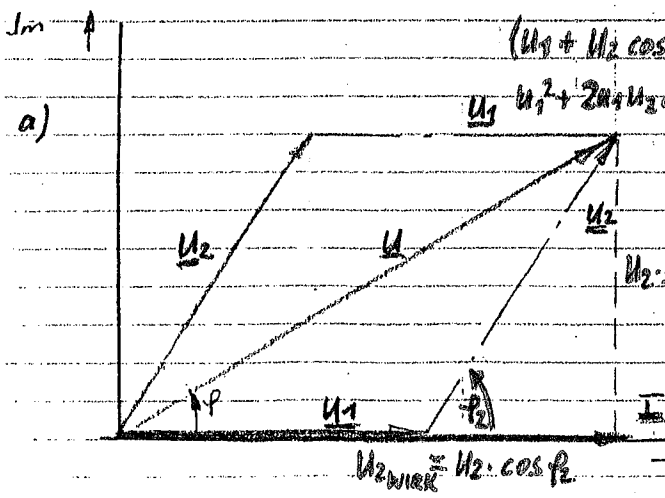
$U_1 = 112 \text{ V}$

$U_2 = 118 \text{ V}$

Ges: a) Wirkleistung P_2 allgemein

b) Wirk- und Scheinleistung der Spule

c) Größe des Leistungsfaktor



$$(U_1 + U_2 \cos \varphi)^2 + (U_2 \sin \varphi)^2 = U^2$$

$$U_1^2 + 2U_1U_2 \cos \varphi + U_2^2(\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) = U^2$$

$$\Downarrow (a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha) \text{ Kosinussatz}$$

$$U^2 = U_1^2 + U_2^2 + 2U_1U_2 \cos \varphi_2$$

$$U_1 = R_1 \cdot I$$

$$U^2 = U_1^2 + U_2^2 + 2R_1 \cdot I \cdot U_{2 \text{ Wirk}}$$

$$P_2 = I \cdot U_{2\text{wirk}}$$

$$U^2 = U_1^2 + U_2^2 + 2R_1 P_2 \Rightarrow P_2 = \frac{U^2 - U_1^2 - U_2^2}{2R_1}$$

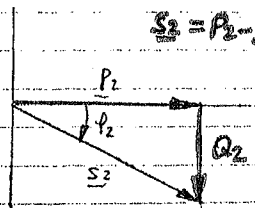
$$U_1 = R_1 I \Rightarrow Z_2 = \frac{U_2}{I}$$

$$P_2 = \frac{U_2^2}{R_2} \Rightarrow R_2 = \frac{U_2^2}{P_2}$$

$$X_{L2} = \sqrt{Z_2^2 - R_2^2}$$

$$\text{Leistungsfaktor: } \cos \varphi = \frac{Z_2}{R_2} \Rightarrow \varphi$$

$$P_2 = \frac{(225V)^2 - (112V)^2 - (118V)^2}{2 \cdot 6,5\Omega} = \underline{\underline{1,858 \text{ kW}}}$$



$$I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{112V}{6,5\Omega} = 17,23 \text{ A}$$

$$S_2 = U_2 I = \underline{\underline{2033,29 \text{ VA}}}$$

$$Z_2 = \frac{U_2}{I} = \frac{118V}{17,23A} = 6,848\Omega \checkmark$$

$$\text{oder } S_2 = \frac{U_2^2}{Z_2}$$

$$c) \cos \varphi = \frac{Z_2}{R_2} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{Z_2}{\frac{U_2^2}{P_2}} = \frac{6,848\Omega \cdot 1,854 \text{ kW}}{(118V)^2} = \underline{\underline{0,911}}$$

($\varphi = 24,36^\circ$)

Der Phasenwinkel φ_2 soll möglichst klein gehalten werden, also $\cos \varphi_2$ möglichst groß, da man speziell bei Elektromotoren den Leistungsquerschnitt auf die geforderte Wirkleistung bringen kann, weil die Blindleistung fast null ist, und die Scheinleistung fast so groß ist wie die Wirkleistung.

$$Z = \frac{U_2}{I} = 6,848\Omega$$

$$\Rightarrow R_2 = Z_2 \cdot \cos \varphi$$

$$\underline{\underline{R_2 = 6,25\Omega}}$$

$$X_{L2} = Z_2 \cdot \sin \varphi$$

$$\underline{\underline{X_{L2} = 2,77\Omega}}$$